

ANNALEN
DER
PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN VON
F. A. C. GRUBER, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. v. S. WIEDERMAN, F. BRÜCKE.

VIERTE FOLGE.

BAND 22. HEFT 3.

DES GANZEN SERIES 27. BANDS 3. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, K. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1907.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für das Ge-
samtwerk (22 Bände) einschließlich des 23. Bandes (3 Hefen) einschließlich des 24. Bandes
(Ausgegeben am 3. März 1907)

Inhalt.

	Seite
1. Otto Schönrock. Zur Abhängigkeit der Breite der Spektrallinien vom Druck	209
2. P. Dobler. Über die Sekundärstrahlung, welche entsteht, wenn die β -Strahlen des Radiums dünne Metallschichten treffen und den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit der primären Strahlen, Schichtdicke und Intensität der Sekundärstrahlen. (Hierzu Taf. II.)	227
3. Josef E. von Geitler. Über die Absorption und das Strahlungsvermögen der Metalle für Hertz'sche Wellen	246
4. C. Fischer. Experimentelle Untersuchung gekoppelter Kondensatorkreise	265
5. Rudolf Ladenburg. Über die innere Reibung zäher Flüssigkeiten und ihre Abhängigkeit vom Druck	287
6. J. S. Sachs. Elektrische Schwingungen in Spulen mit metallischen Kernen	310
7. Boris Weinberg. Über die innere Reibung des Eisens. II.	321
8. Ernst Giesing. Untersuchungen ebener Reflexionsbeugungsgitter mit Rücksicht auf ihre Brauchbarkeit zur absoluten Messung von Lichtwellenlängen	366
9. Godfrey H. Thomson. Über den Durchgang Hertz'scher Wellen durch Gitter	385
10. Géza Zemplén. Über die Oberflächenspannungen wässriger Lösungen. II	391
11. B. Walter. Bemerkungen zu der Abhandlung des Herrn Heinrich Schnell: Untersuchungen am Funkeninduktor mit Quecksilberunterbrecher	397
12. P. Gruner. Bemerkungen zu der Arbeit: „Über den Zerfall von Radium A, B und C, II. Mitteilung“, von Herrn H. W. Schmidt	399

Die Redaktion der Annalen wird von den unseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Geh. Hofrat Prof. Dr. W. Wien, Würzburg, Pleicherring 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl anzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 22.

1. Zur Abhängigkeit der Breite der Spektrallinien vom Druck; von Otto Schönrock.

1. Einleitung.

Wie in einer vor kurzem erschienenen Arbeit¹⁾ gezeigt worden ist, kann bei geringen Drucken (unter 2 mm etwa) die Breite der Spektrallinien durch die Bewegung der Träger der Emissionszentren nach dem Dopplerschen Prinzip erklärt werden.²⁾ Danach würden also die Rotation der Molekeln und die zeitliche Dämpfung der emittierenden Schwingung nur einen unmerklichen Beitrag zur Linienbreite liefern und daher auch bei höheren Drucken keine Berücksichtigung erheischen. Als Ursachen für die Verbreiterung mit dem Druck kommen somit hauptsächlich die Störung bei Zusammenstößen der Molekeln und die gegenseitige Beeinflussung benachbarter Moleküle in Betracht. Soll der letztere Umstand in Rechnung gezogen werden, so muß man spezielle Hypothesen über die Einwirkung der sich bewegenden Gasmolekeln aufeinander zur Hilfe nehmen; es ist dann möglich, qualitativ Verschiebungen und Verbreiterungen der Linien herzuleiten, auch unsymmetrische Verbreiterungen, wie unter anderen Michelson³⁾ und Humphreys⁴⁾ gezeigt haben.

Wesentlich einfacher liegen dagegen die Verhältnisse, wenn man den Grund für das Wachsen der Breite mit dem

1) Otto Schönrock, Ann. d. Phys. 20. p. 995. 1906.

2) Dabei handelte es sich zwar um Elektrolumineszenz, indessen ist die Annahme, daß durch die elektrischen Kräfte keine sehr merklich vorherrschende Richtung der Geschwindigkeit unter den Molekülen entstehe, bei der gewöhnlichen Glimmentladung erfüllt. Das wird auch durch die außerordentlich große Konstanz der für die Wellenlängen gefundenen Werte trotz sehr verschiedener Leuchtbedingungen bewiesen.

3) A. A. Michelson, Astrophys. Journ. 2. p. 259. 1895.

4) W. J. Humphreys, Astrophys. Journ. 23. p. 233. 1906.

Druck (bis zu etwa 400 mm) in den Zusammenstößen der Molekeln sucht. Sicherlich werden bei dem Zusammenprallen ziemlich plötzliche¹⁾ und zufällige Änderungen in der Phase, Amplitude und Schwingungsebene eintreten, Störungen, welche auf Grund des Fourierschen Theorems das Licht der Linie unhomogen machen, selbst wenn alle Zentren die gleiche Schwingung erregen. Die Linie wird um so breiter werden, je kürzer die ungestörten Wellenzüge werden, die Breite wird also eine Funktion der molekularen Weglänge sein. Da man nun für diese Größe einigermaßen verlässliche Werte besitzt, so ist eine theoretische Berechnung der Linienbreite ermöglicht. Michelson²⁾ hat eine solche Berechnung ausgeführt und kommt in seiner Arbeit zu dem Schluß, daß die theoretisch berechneten Linienbreiten der Größenordnung nach mit den von ihm experimentell gefundenen übereinstimmen, indem sich beim Wasserstoff die berechnete zur beobachteten Weite wie 1 zu 2,8 verhält. Dieser Vergleich beruht indessen auf einer etwas rohen Schätzung, denn führt man die Rechnung unter Beibehaltung der von Michelson gemachten Annahmen genauer durch, so stellt sich das obige Verhältnis auf 1 zu 13. Aus diesem Grunde soll im folgenden näher auf die Frage eingegangen werden, ob die bloßen Zusammenstöße der Moleküle einen merklichen Beitrag zur Linienbreite liefern, und zwar unter der früher eingeführten Annahme, daß die einzelnen Atome die Träger der Emissionszentren sind. Dabei ist es für das Folgende völlig belanglos, ob man die Ansicht Starks³⁾ teilt, daß nur positive Atomionen Linienspektren emittieren, oder aber der Auffassung Lenards⁴⁾ beipflichtet, daß neben den Atomionen auch elektrisch neutrale Atome Emissionszentren von Spektrallinien sein können.

2. Intensitätsverteilung in der Spektrallinie.

Bezeichnet n die Änderung der reziproken Wellenlänge und r die Länge eines ungestörten Wellenzuges, der zwischen

1) Entsprechend der gewöhnlichen Annahme, daß die Dauer eines Zusammenstoßes klein ist gegen die Zwischenzeit zwischen zwei aufeinander folgenden Zusammenstößen.

2) A. A. Michelson, *Astrophys. Journ.* 2. p. 251. 1905.

3) J. Stark, *Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch.* 8. p. 111. 1906.

4) P. Lenard, *Ann. d. Phys.* 17. p. 197. 1905.

zwei Zusammenstößen emittiert wird, so ergibt sich nach dem Fourierschen Theorem die Verteilung der Intensität i_1 des Lichtes in der Spektrallinie gemäß der Gleichung

$$(1) \quad i_1 = \frac{C \sin^2(\pi n r)}{n^2}, \quad (6)$$

worin C einen Proportionalitätsfaktor bedeutet. Für $n = 0$ d. h. für die mittlere Wellenlänge λ_0 in Luft¹⁾ ist $i_1 = C \pi^2 r^2 = i_0$. Die Hälfte dieses Wertes ergebe sich für $n = n_1$, es sei also

$$\frac{C \sin^2(\pi n_1 r)}{n_1^2} = \frac{C \pi^2 r^2}{2},$$

$$\frac{\sin(\pi n_1 r)}{\pi n_1 r} = \sqrt{\frac{1}{2}},$$

was

$$(2) \quad \pi n_1 r = 1,3915$$

ergibt.

Statt n werde die neue Variable

$$(3) \quad n_2 = \frac{1,3915 n}{n_1}$$

eingeführt, dann geht Gleichung (1) über in

$$(4) \quad i_1 = \frac{i_0 \sin^2 n_2}{n_2^2}.$$

Setzt man nun noch für λ_0 die Intensität $i_0 = 1$, so läßt sich die Intensitätsverteilung nach der einfachen Gleichung

$$(5) \quad i_2 = \frac{\sin^2 n_2}{n_2^2}$$

berechnen. Trägt man als Abszissen die Werte für n_2 , als Ordinaten die i_2 auf, so erhält man bekanntlich eine Kurve von der Form der in nachstehender Figur ausgezogenen Linie. Praktisch kommt hierbei nur das Hauptmaximum zur Geltung, da die kleineren Maxima zu geringe Intensität besitzen. So tritt das Maximum bei D für $n_2 = 4,4935$ ein und beträgt $i_2 = 0,047189$, d. h. nur 4,7 Proz. der maximalen Helligkeit der Linie.

Durch die Größe $n_1 = AB = BC$ wird wieder die ganze Intensitätsverteilung bestimmt. Die Intensitätskurve selbst

1) λ_0 ist der Wert, welcher sich ergeben würde, wenn r unendlich groß wäre, wie dies praktisch bei sehr kleinen Gasdrücken der Fall ist.

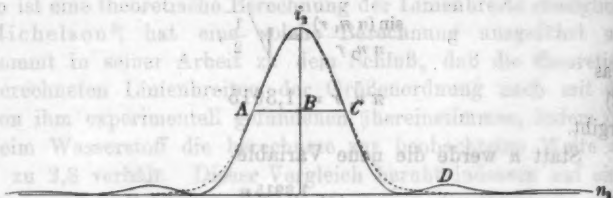
hat fast die gleiche Gestalt wie diejenige, welche sich früher für die Spektrallinien nach dem Dopplerschen Prinzip ergab. Hierfür war die Intensität

$$(6) \quad i = 2 \frac{-n^2}{n_1^2}$$

oder mit Hilfe der Gleichung (3)

$$(7) \quad i = 2 \frac{-n_1^2}{(1,9915)^2}$$

Diese Intensitätskurve i , welche gleichfalls durch die Punkte A und C geht, ist in der Figur durch die gestrichelte Linie dar-



gestellt. Der größte Unterschied zwischen i und i_2 für dasselbe n_1 ergibt sich bei $n_1 = 2,5644$, wo $i - i_2 = 0,049704$ ist. Die durch den Druck bedingte Verbreiterung führt daher praktisch zu der gleichen Intensitätsverteilung wie die durch die Temperatur nach dem Dopplerschen Prinzip verursachte Breite. Tatsächlich hat denn auch Michelson bei seinen Interferenzversuchen stets Sichtbarkeitskurven erhalten, die mit dem Gesetze der obigen Intensitätsverteilung in Einklang stehen.

Die in Wellenlängen ausgedrückte Größe $AB = BC$ heiße nun wieder die Halbweite δ_1 der Linie, dann ist

$$(8) \quad \delta_1 = n_1 \lambda_0^2$$

Betrachtet man ferner wieder als wirksame Breite A_1 diejenige, welche bis zu den Stellen reicht, wo $i_2 = 0,05$ ist, die Intensität also 5 Proz. der maximalen Helligkeit der Linie beträgt, so wird, da $i_2 = 0,05$ für $n_1 = 2,5381$ ist,

$$A_1 = 2 \cdot 2,5381 \lambda_0^2 \frac{n_1}{1,9915}$$

und mit Hilfe von Gleichung (8)

$$(9) \quad A_1 = 3,6 \delta_1$$

Dieser Wert ist wegen des im ganzen ein wenig steileren Abfalles der i_1 -Kurve etwas kleiner, als die wirksame Breite Δ war, welche durch die Temperatur gegeben wird. Hierfür ergab sich $\Delta = 4,2 \delta$, wenn δ entsprechend die Halbwerte für die i -Kurve bezeichnet.

3. Theoretische Berechnung der Halbwerte.

Aus Gleichung (8) folgt mit Hilfe von Gleichung (2)

$$(10) \quad \delta_1 = \frac{1,3915 \lambda_0^2}{\pi r}$$

Bedeutet c die Lichtgeschwindigkeit in Luft, \bar{q} die mittlere Geschwindigkeit eines Atoms und L die mittlere freie Weglänge der strahlenden Atome, so ist offenbar im Mittel

$$(11) \quad r = \frac{cL}{\bar{q}}$$

so daß Gleichung (10) wird

$$(12) \quad \delta_1 = \frac{1,3915 \bar{q} \lambda_0^2}{\pi c L}$$

Bezeichnet ferner T die absolute Temperatur, m_1 das Atomgewicht (für Sauerstoff gleich 16) und R die absolute Gaskonstante, so lehrt die kinetische Gastheorie

$$(13) \quad \bar{q} = \sqrt{\frac{8R}{\pi}} \sqrt{\frac{T}{m_1}}$$

Demgemäß wird Gleichung (12)

$$(14) \quad \delta_1 = \frac{1,3915}{\pi c} \sqrt{\frac{8R}{\pi}} \frac{\lambda_0^2}{L} \sqrt{\frac{T}{m_1}}$$

Im absoluten cm g sec-Maßsystem ist nun

$$R = 83155 \cdot 10^3, \quad c = 29980 \cdot 10^3,$$

so daß schließlich Gleichung (14) übergeht in

$$(15) \quad \delta_1 = 0,0021499 \frac{\lambda_0^2}{L} \sqrt{\frac{T}{m_1}}$$

worin

$$(16) \quad T = t + 273,09$$

ist, wenn t die Temperatur in Celsiusgraden bedeutet.

Für die durch die Temperatur erzeugte Halbwerte δ war früher der Ausdruck

$$(17) \quad \delta = 0,0035813 \lambda_0 \sqrt{\frac{T}{m_1}}$$

abgeleitet worden.

Während für δ die Abhängigkeit von T und m_1 eine sehr einfache ist, läßt sich in dieser Hinsicht bei δ_1 direkt nichts aussagen, weil auch die Weglänge L von T und m_1 abhängt, und zwar in einer nicht allgemein angebbaren Weise. Sieht man für den Augenblick von der elektrischen Dissoziation ab, so kann man, was die Beziehung zwischen δ_1 und T betrifft, nur soviel sagen, daß bei konstantem Druck δ_1 mit wachsendem T noch schneller als proportional $1/\sqrt{T}$ abnimmt, weil die Erfahrung gezeigt hat, daß L mit wachsendem T noch schneller als proportional T zunimmt.

Bisher ist es nicht gelungen, theoretisch für die Intensitätsverteilung unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Zusammenstöße und translatorischen Bewegungen der Atome einen Ausdruck in geschlossener Form einwandfrei aufzustellen. Es soll daher mit Michelson die bei größeren Drucken beobachtete Halbweite δ_2 in erster Annäherung

$$(18) \quad \delta_2 = \delta + \delta_1 \quad (21)$$

gesetzt werden. Für das Folgende darf dies unbedenklich geschehen, da mit zunehmendem Druck sehr bald δ_1 groß gegen δ wird.

4. Berechnung der Weglänge aus den von Michelson beobachteten Halbweiten.

Bekanntlich ist die Weglänge umgekehrt proportional dem Druck p . Entsprechend Gleichung (15) ist daher δ_1 proportional p , also auch $d\delta_2/dp$ konstant. Tatsächlich hat nun auch Michelson bei seinen Versuchen gefunden, daß die Halbweite δ_2 ziemlich genau mit dem Druck in linearem Verhältnis zunimmt. Untersucht wurden die folgenden neun Elemente: Wasserstoff, Lithium, Natrium, Magnesium, Kupfer, Zink, Silber, Kadmium und Gold. Die Resultate hat Michelson in einer Kurventafel niedergelegt, in welcher die Halbweiten eingetragen sind, worauf schon früher aufmerksam gemacht wurde.

Aus dieser Tafel sind für die größten beobachteten Drucke die Werte von δ_2 entnommen und in der dritten und vierten Spalte der folgenden Tab. 1 zusammengestellt worden.¹⁾ Da

1) Nach Albert A. Michelson in Phil. Mag. (5) 34. p. 295. 1892 gilt für H 6563, wenn p der Druck in Millimeter ist,

$$\delta_2 = 0,047 + 0,01193 p.$$

Michelson außer der Angabe, daß für Wasserstoff $\lambda_0 = 0,0,6563$ gebraucht wurde, keine näheren Mitteilungen über die benutzten Wellenlängen macht, so stehen in der fünften Spalte solche Wellenlängen, welche hinsichtlich der Helligkeit und Einfachheit im Linienbau als die wahrscheinlichsten gelten können und mit denen auch schon bei der Bestimmung der Halbweiten δ , teilweise sicher, gearbeitet worden ist. In der siebenten Spalte finden sich die Werte von δ , die entweder direkt beobachtet worden sind oder sich aus den in der sechsten Spalte verzeichneten, beobachteten Größen δ/λ_0 ergeben. Nach Gleichung (18) folgen dann die für die Drucke p geltenden Halbweiten δ_1 in der achten Spalte. Aus diesen ergeben sich, da δ_1 proportional p , die Werte von δ_1 bei $p = 100$ mm in der neunten Spalte. Die zehnte enthält die Temperaturen in Celsiusgraden, wie sie früher nach Gleichung (17) berechnet wurden und welche man schon als die wahrscheinlichsten nehmen muß, weil Michelson über die Temperaturen nichts sagt. Endlich in der letzten Spalte stehen die Weglängen L , welche entsprechend Gleichung (15) aus den beobachteten Werten von δ_1 in Spalte neun berechnet worden sind.

Tabelle 1.

Element	m_1	p in mm	δ_1 in cm beob.	λ_0 in cm	$\frac{\delta}{\lambda_0}$ beob.	δ in cm beob.	δ_1 in cm beob. nach Gl. (18)	δ_1 in cm beob. für $p = 100$ mm	t	L in cm ber. nach Gl. (15)
H	1,008	200	0,0,233	0,0,6563	—	0,0,470	0,0,186	0,0,930	130	0,0,20
Li	7,03	207	0,0,212	0,0,6708	0,0,600	0,0,402	0,0,172	0,0,881	1700	0,0,20
Na	23,05	244	0,0,196	0,0,5888	—	0,0,115	0,0,184	0,0,754	600	0,0,57
Mg	24,36	400	0,0,155	0,0,5184	0,0,325	0,0,168	0,0,188	0,0,845	1700	0,0,15
Cu	63,6	400	0,0,188	0,0,5700	0,0,225	0,0,128	0,0,175	0,0,488	2100	0,0,98
Zn	65,4	319	0,0,208	0,0,6362	—	0,0,135	0,0,194	0,0,608	2200	0,0,88
Ag	107,93	400	0,0,940	0,0,5465	0,0,125	0,0,1,683	0,0,872	0,0,218	940	0,0,99
Cd	112,4	400	0,0,141	0,0,6438	—	0,0,1,663	0,0,194	0,0,885	570	0,0,73
Au	197,2	400	0,0,102	0,0,5838	0,0,112	0,0,1,654	0,0,955	0,0,239	1600	0,0,95

Würden also die Halbweiten δ_1 in der Hauptsache durch die Zusammenstöße der Atome verursacht sein, so müßten die

mittleren freien Weglängen der leuchtenden Atome bei 100 mm Quecksilberdruck die in der letzten Spalte der Tab. 1 befindlichen Werte besitzen.

5. Berechnung der Weglänge nach der kinetischen Gastheorie.

Zum Vergleich mögen nun die Weglängen berechnet werden, welche die Gastheorie für die nicht leuchtenden Moleküle ergibt. Ist η der Koeffizient der inneren Reibung und ρ die auf Wasser von 4° bezogene Dichte des Gases, so lehrt die Gastheorie

$$(19) \quad \eta = 0,30967 \rho \bar{q} L.$$

Die allgemeine Zustandsgleichung eines idealen Gases lautet, wenn m das Molekulargewicht (für Sauerstoff gleich 32) bezeichnet,

$$(20) \quad p = \frac{R \rho T}{m}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt mit Hilfe von Gleichung (13), in welcher m an Stelle von m_1 tritt,

$$(21) \quad L = \frac{1}{0,30967} \sqrt{\frac{\pi R}{8}} \frac{\eta}{p} \sqrt{\frac{T}{m}} = 18453 \frac{\eta}{p} \sqrt{\frac{T}{m}}.$$

Hierin ist für 760 mm Quecksilberdruck

$$p = 10132 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1} \text{ g sec}^{-2}$$

zu setzen.

Nach dieser Gleichung läßt sich aber nur die Weglänge für Wasserstoff berechnen, weil der Reibungskoeffizient für die anderen acht Elemente nicht bekannt ist. Für Wasserstoff ist nach Breitenbach¹⁾ $\eta = 0,0,1117$ bei $t = 130$ und, da $m = 2,016$, bei $p = 100$ mm gemäß Gleichung (21) $L = 0,0,22$ cm.

Für die anderen Elemente bleibt uns ausschließlich die Loschmidtsche Schätzungsmethode, welche aber im folgenden zu einer solchen Annäherungsrechnung umgewandelt werden soll, daß sie für die vorliegenden Zwecke jedenfalls hinreichend genaue Resultate liefern wird. Bezeichnet ζ den Halbmesser der Wirkungssphäre bez. den mittleren Durchmesser einer

1) Paul Breitenbach, Ann. d. Phys. 5. p. 166. 1901.

Molekel und N die Anzahl der Molekeln in der Volumeneinheit (1 ccm), so ist nach der Gastheorie

$$(22) \quad L = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 N},$$

worin N gemäß Gleichung (20) bei gleichem Druck und gleicher Temperatur für alle Gase den gleichen Wert hat, also von m nicht abhängt. Sind N_0 , T_0 und p_0 drei zusammengehörige Werte von Molekelzahl, Temperatur und Druck, so hat man

$$(23) \quad N = \frac{N_0 T_0 p}{p_0 T},$$

und zwar ergibt sich aus der Theorie von van der Waals

$$N_0 = 54 \cdot 10^{18}, \quad T_0 = 273,09, \quad p_0 = 10132 \cdot 10^3.$$

Nehmen wir an, der Dampf werde verdichtet und im flüssigen bez. festen Zustande sei das gesamte Volumen b mal größer als der von den Molekülen ausgefüllte Raum, dann ist

$$(24) \quad \frac{\pi \sigma^3 N}{6} = \frac{\rho}{\rho_1 b},$$

wenn ρ_1 die auf Wasser von 4° bezogene, größte Dichte der Substanz im festen bez. flüssigen Zustande bedeutet. Aus dieser Gleichung läßt sich nun in einfacher Weise mit Hilfe der Gleichungen (20), (22) und (23) ein Ausdruck für L ableiten, nämlich

$$(25) \quad L = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{b R}{6} \right)^{1/2} \left(\frac{p_0}{\pi N_0 T_0} \right)^{1/2} \frac{T}{p} \left(\frac{\rho_1}{m} \right)^{1/2}.$$

Benutzt man diese Gleichung für solche Substanzen, für welche die aus der inneren Reibung abgeleiteten Weglängen bekannt sind, zur Berechnung von b , so erhält man für b Werte, die um 4 herum liegen. Es werde daher $b = 4$ gesetzt; dann geht Gleichung (25) über in

$$(26) \quad L = 0,29 \frac{T}{p} \left(\frac{\rho_1}{m} \right)^{1/2}.$$

Zu bemerken ist, daß die Konstante 0,29 unabhängig ist von dem Werte, den man für N_0 annimmt, weil bei Änderung von N_0 dann b in entsprechendem Maße variiert. Eine Durchrechnung an zahlreichen Beispielen hat ergeben, daß die aus der inneren Reibung nach Gleichung (21) abgeleitete, richtige

Weglänge zwischen den Grenzen $0,58 L$ und $2,1 L$ liegt, wenn man L nach der angenäherten Gleichung (26) berechnet.

Für unsere Zwecke ist es daher erlaubt, die Weglängen der übrigen acht Elemente bei den gegebenen Temperaturen und 100 mm Druck aus Gleichung (26) zu berechnen. Die so gefundenen Weglängen enthält die folgende Tab. 2, in welcher aber für Wasserstoff der oben aus dem Reibungskoeffizienten abgeleitete Wert von L verzeichnet steht.

Tabelle 2.

Element	m	ρ_1	L in cm berechnet nach Gl. (26)
H_2	2,016	—	0,0,22
Li_2	14,06	0,598	0,0,52
Na_2	46,10	1,01	0,0,15
Mg_2	24,36	1,75	0,0,74
Cu_2	63,6	8,96	0,0,14
Zn_2	65,4	7,24	0,0,12
Ag_2	107,93	10,6	0,0,56
Cd_2	112,4	8,69	0,0,38
Au_2	197,2	19,4	0,0,86

Der Vergleich der Werte von L in Tab. 2 mit denen in Tab. 1 zeigt, daß auch der Größenordnung nach nicht von einer Übereinstimmung zwischen den einzelnen Werten gesprochen werden kann. Durchgehends sind die aus der Gastheorie abgeleiteten Weglängen bedeutend größer, zumal für die einatomigen Metaldämpfe, bei welchen also die Komplikationen wegen der teilweisen elektrischen Dissoziation der Moleküle in Fortfall kommen. Bei diesen einatomigen Dämpfen kann das Verhältnis der beiden Weglängen (etwa 87) mit Rücksicht auf die möglichen Fehler als konstant angesehen werden.

Daß bei den bisherigen Betrachtungen auf jeden Fall die richtige Größenordnung gewahrt geblieben ist, das zeigen wohl die Beobachtungen am Quecksilberdampfe, der ja auch einatomig ist. Für Hg_1 , $\lambda_0 = 0,0,5461$ werde zunächst die Halb-

weite δ_2 bei $p = 60$ mm und $t = 500$ theoretisch berechnet. Die Reibungskoeffizienten hat Koch¹⁾ zwischen 270° und 380° bestimmt; er fand $\eta = 0,0,532$ bei 300° und η proportional $T^{1,6}$. Durch Extrapolation erhält man daher für $t = 500$

$$\eta = 0,0,532 \left(\frac{773}{573} \right)^{1,6} = 0,0,859$$

und somit, da $m = 200,0$, nach Gleichung (21) $L = 0,0,390$.²⁾ Den obigen Erfahrungen entsprechend setzen wir in Gleichung (15) $L = 0,0,390/87 = 0,0,448$ und bekommen $\delta_1 = 0,0,282$.³⁾ Aus Gleichung (17) folgt $\delta = 0,0,1,385$, mithin ist $\delta_2 = \delta + \delta_1 = 0,0,32$. Nun hat Janicki⁴⁾ bei seinen Versuchen über die feinere Zerlegung der Spektrallinien mit der ohne Wasserkühlung benutzten Quarzlampe, für welche nach den Untersuchungen von Küch und Betschinsky⁵⁾ die obigen Bedingungen ungefähr zutreffen werden, eine Selbstumkehr der Hauptlinie beobachtet, wobei die Entfernung der beiden Teile der Umkehr $0,0,86$ cm betrug. Ein solcher Abstand läßt sich aber ungezwungen durch den obigen Wert der Halbweite δ_2 erklären.

6. Möglicher Grund für die Verschiedenheit der aus den Halbweiten bez. nach der Gastheorie berechneten Weglängen.

Wenn auch zu berücksichtigen ist, daß die theoretische Berechnung der Halbweiten δ_1 und δ_2 keine streng gültige gewesen ist, so dürfte doch kein Grund ersichtlich sein, daß diese theoretische Ableitung nicht der Größenordnung nach zutreffend ist. Will man also die Linienbreite allein auf die Bewegung und die Zusammenstöße der Atome zurückführen, so gilt es für die infolge Elektrolumineszenz leuchtenden Atome Weglängen herzuleiten, die mit den Werten der Tab. 1 übereinstimmen.

Man könnte zunächst versucht sein, die Drucke und die angesetzten Temperaturen als recht unsicher zu betrachten und

- 1) Synesius Koch, Ann. d. Phys. 19. p. 857. 1889.
- 2) Die angenäherte Gleichung (26) liefert, weil $\rho_1 = 14,4$, $L = 0,0,48$.
- 3) Dies würde $\delta_1 = 0,0,47$ für $p = 100$ mm geben.
- 4) L. Janicki, Ann. d. Phys. 19. p. 36. 1906.
- 5) R. Küch u. T. Betschinsky, Ann. d. Phys. 20. p. 563. 1906.

eine bessere Übereinstimmung zwischen L nach Gleichung (15) und L nach Gleichung (21) bez. (26) dadurch zu erzielen, daß man für p und T merklich andere Werte wählt. Kämen den L in Tab. 1 tatsächlich größere Drucke zu als angegeben, so würden die nach der Gastheorie berechneten Weglängen wie gewünscht kleiner werden, da L umgekehrt proportional p ist. Indessen müßte man dann zu so hohen Drucken greifen, daß solche, wenn sie wirklich während des Leuchtens geherrscht hätten, Michelson wohl sicher nicht entgangen wären.

Weniger einfach liegt es mit den Temperaturen. Nimmt man T größer, so wächst L nach Gleichung (15) noch ein wenig schneller als proportional \sqrt{T} , weil noch nach Gleichung (17) δ größer und somit δ_1 kleiner wird. Andererseits nimmt die nach der Gastheorie berechnete Weglänge, wie bereits früher bemerkt, noch schneller als proportional T zu. Demgemäß ändert sich das Verhältnis der beiden Weglängen $\frac{L \text{ nach Gl. (21) bez. Gl. (26)}}{L \text{ nach Gl. (15)}}$

nur ungefähr proportional \sqrt{T} . Es muß also T kleiner gewählt werden. Aus diesem Grunde und auch mit Rücksicht auf den erforderlichen Dampfdruck ist es daher ausgeschlossen, durch Wahl niedrigerer Temperaturen zu erreichen, daß dieses Verhältnis der Weglängen nahe gleich eins wird. Die großen Unterschiede in den Weglängen lassen sich mithin nicht durch etwaige Fehler des Druckes und der Temperatur erklären.

Nach Gleichung (22) nimmt die Weglänge mit größer werdender Wirkungssphäre ab. Nun ist es sehr wohl denkbar, daß die Ausdehnung der Wirkungssphäre eines strahlenden Atoms größer als die eines nicht leuchtenden Atoms sei. Wollte man darauf aber bei den einatomigen Dämpfen die Differenzen in den Weglängen zurückführen, so müßte man selbst in dem extremen Falle, daß fast alle Atome emittierende seien, den Halbmesser ϵ der Wirkungssphäre des leuchtenden Atoms bereits etwa neunmal größer als das ϵ des gewöhnlichen Atoms annehmen. Solche bedeutende Änderungen von ϵ erscheinen jedoch wenig einleuchtend.

Eine Ursache indessen gibt es noch, welche die Weglängen eines Gases, sobald dieses infolge Elektrolumineszenz leuchtet, verkürzen könnte und wenigstens theoretisch verkürzen muß,

und zwar die Leitungselektronen, die unregelmäßig zwischen den ponderablen Molekeln und Atomen herumschwirren. Der Einfluß der negativen Elektronen in dieser Hinsicht soll daher näher untersucht werden unter Einführung einiger auch durch ihre Einfachheit einleuchtenden Annahmen, die nach dem Vorgehen von Thomson schon in der Ionentheorie der Gase gebräuchlich sind. Der Einfachheit halber mögen vorläufig die Betrachtungen auf die einatomigen Dämpfe beschränkt bleiben, was um so eher geschehen kann, weil gerade für diese die Weglängen am meisten differieren. Dem Sinne nach behalten übrigens die gezogenen Schlüsse auch für die zweiatomigen Gase ihre Gültigkeit.

Bei den verhältnismäßig hohen Temperaturen, um die es sich hier handelt, werden überwiegend die Leitungselektronen zumeist als freie Elektronen existieren können. Für eine Überschlagsrechnung¹⁾ genügt es daher, im leuchtenden Dampf nur freie negative Elektronen, positive Atomionen, neutrale Atome und höchstens noch mit Elektronen beladene Atome anzunehmen. Da den Elektronen eine große Geschwindigkeit, sowie ihrem scheinbaren Atomgewicht $m_2 = 0,035140$ entsprechend²⁾ eine gewisse Wirkungssphäre zukommt, so können behufs Berechnung der Weglängen die Elektronen wie gewöhnliche Gasmoleküle behandelt werden. Auf den leuchtenden Dampf sind daher die für die Weglängen in gemischten Gasen geltenden Gesetze anwendbar.

Dabei können die folgenden Betrachtungen im wesentlichen ungeändert bleiben, ob man wie bisher gewöhnlich Zusammenstöße der Elektronen mit den Atomen annimmt oder die Auffassung Lenards teilt, daß die Elektronen teils fortwährend von Atomen absorbiert und wieder neu emittiert werden³⁾, teils bei genügend großer Geschwindigkeit direkt durch die Atome hindurchfahren können.⁴⁾ Nur muß man im letzteren Falle jede Durchquerung eines Atoms durch ein

1) Im gegenwärtigen Stadium der Forschung kann es sich doch nur um erste Annäherungen handeln.

2) Es ist $m_2 = \frac{107,93}{0,01118 \cdot 1878} \cdot 10^6$

3) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 714. 1903.

4) P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. p. 191. 1902.

Elektron auch als einen mit Störung des Emissionsvorganges verbundenen Zusammenstoß ansehen, was aus folgenden Gründen berechtigt ist. Die Durchdringungen der Atome erfolgen ja durchaus nicht ohne jede Wechselwirkung zwischen Elektron und Atom, vielmehr sind nach Lenard¹⁾ wenn auch sehr geringe Änderungen in der Größe und Richtung der Geschwindigkeiten der hindurchtretenden Elektronen zuzulassen. In anderer Hinsicht ist die Einwirkung des durchgelassenen Elektrons auf das Atom beträchtlich, indem dieses bei der Durchdringung ein und mehr Elektronen emittieren kann.²⁾ Mit Rücksicht auf die Zentren der Lichtemissionen muß man daher notwendig annehmen, daß bei jeder Durchfahrung eines Atoms auch seine inneren elektrischen Eigenschwingungen und folglich die Lichtschwingungen eine plötzliche Änderung erleiden; hierbei kann sogar der Träger einer Linienserie zum Träger einer anderen Serie werden. Nach den jetzigen Anschauungen sind ja die relativ plötzlichen Schwingungsänderungen bei den Zusammenstößen und Durchquerungen als Folge der Nähewirkung³⁾ zwischen den elektromagnetischen Kraftfeldern der Atome und Elektronen aufzufassen. Auch sonst ist es üblich, beim Zusammentreffen von Atom und Elektron optisch starke Wechselwirkungen zu behaupten. So läßt z. B. Stark⁴⁾ die Ausstrahlung des Bandenspektrums eine Folge der Einwirkung des an das positive Atomion sich anlagernden Elektrons auf die Schwingungen der Elektronen im Ion sein, und Lenard⁵⁾ führt die Emission der außer allen Serien liegenden Linien darauf zurück, daß ein Atomion zu diesen Außerserienschwingungen dann erregt wird, wenn ein Elektron das Innere des Atomions durchquert. Übrigens verlangen solche Durchführungen von Atomen zu einiger Häufigkeit ihres Ein-

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 737. 1903.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 475 u. 485. 1903; 17. p. 229 u. Ann. 1 p. 230. 1905.

3) Vielleicht ist es möglich, sobald eine merkliche gegenseitige Beeinflussung zweier benachbarten Kraftfelder in Betracht kommt, gas- kinetisch auch von einem Zusammenstoße der betreffenden Atome zu sprechen.

4) J. Stark, Ann. d. Phys. 14. p. 506. 1904.

5) P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. p. 285. 1905.

tretens Elektronen-Geschwindigkeiten, welche mehr als 100 Volt entsprechen, also $61 \cdot 10^7 \text{ cm sec}^{-1}$ überschreiten.¹⁾

In der Volumeneinheit einer Gasmischung seien N_1 Molekeln des ersten und N_2 Molekeln des anderen Gases vorhanden; werden dann in entsprechender Weise die früheren Größen L , σ und \bar{q} mit den Indizes 1 bez. 2 versehen, so ist nach Maxwell²⁾

$$(27) \quad L_1 = \frac{1}{\sqrt{2} \pi c_1^2 N_1 + \pi \sigma^2 N_2} \sqrt{1 + \left(\frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_2}\right)^2},$$

wobei bekanntlich sehr wahrscheinlich

$$(28) \quad \sigma = \frac{c_1 + c_2}{2}$$

gesetzt werden darf. Durch Vertauschung der Indizes in Gleichung (27) erhält man den entsprechenden Ausdruck für L_2 . Bei der Anwendung auf das leuchtende Gas mögen sich die Größen mit dem Index 1 auf die Atome, diejenigen mit dem Index 2 auf die Elektronen beziehen.

Dann ist für die Weglänge L im nicht leuchtenden Dampfe nach Gleichung (27) und in Übereinstimmung mit Gleichung (22)

$$(29) \quad L = \frac{1}{\sqrt{2} \pi c_1^2 N_1}.$$

Für die Weglänge L_2 der Elektronen ergibt sich ein sehr einfacher Ausdruck, wenn man bedenkt, daß sie sich mit einer Geschwindigkeit bewegen, die im Vergleich mit derjenigen der Atome sehr groß ist, und daß der Halbmesser der Wirkungssphäre des Elektrons gegen denjenigen eines Atoms wohl vernachlässigt werden darf. Es ist also \bar{q}_2 groß gegen \bar{q}_1 , c_2 klein gegen c_1 und folglich

$$(30) \quad L_2 = \frac{1}{\sqrt{2} \pi c_2^2 N_2 + \pi \sigma^2 N_1} \sqrt{1 + \left(\frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi c_2^2 N_2 + \pi \frac{c_1^2}{4} N_1} = \frac{1}{\pi \frac{c_1^2}{4} N_1} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \pi c_1^2 N_1},$$

$$L_2 = 4\sqrt{2} L,$$

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 732. 1903.

2) J. C. Maxwell, Phil. Mag. (4) 19. p. 19. 1860.

solange N_2 nicht sehr groß gegen N_1 wird. Wäre es dagegen nicht gestattet, c_2 klein gegen c_1 anzunehmen, so würde sich L_1 kleiner als nach Gleichung (30) ergeben und auch mit wachsendem N_2 abnehmen.

Für die Weglänge der Atome folgt nun

$$L_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi c_1^2 N_1 + \pi \frac{c_1^2}{4} N_2 \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1}}}$$

$$(31) \quad L_1 = \frac{L}{1 + \frac{N_2 \bar{q}_2}{4\sqrt{2} N_1 \bar{q}_1}}$$

d. h. die Weglänge der Atome wird um so kleiner, je mehr der Ionisationsgrad und desto mehr die Geschwindigkeit der Elektronen steigt. Käme c_2 gegen c_1 in Betracht, so würde wieder L_1 nur noch kleiner werden. Nunmehr bleibt also nur noch übrig nachzusehen, ob durch Annahme möglicher Ionisationsgrade die Differenzen in den Weglängen aufgeklärt werden können. Dabei liegt wohl kein zwingender Grund vor zu der Annahme, daß den Elektronen Temperatur und Druck in dem realen Sinne und in der meßbaren Weise zukommen, wie dies bei den Gasatomen entsprechend den Gleichungen (13) und (20) der Fall ist.

Wird das Verhältnis der beiden Weglängen $\frac{L_{\text{nach Gl. (26)}}}{L_{\text{nach Gl. (15)}}} = f$ gesetzt, so soll $L_1 = L/f$ werden. Danach ergibt sich mit Hilfe von Gleichung (31)

$$(32) \quad \frac{N_2}{N_1} = 4\sqrt{2}(f-1) \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1}$$

Als spezielles Beispiel sei $f = 50$, ein Wert, welcher sich sehr nahe für Magnesium, Silber und Kadmium ergeben hat. Wir setzen $m_1 = 100$ und $T = 1400$, dann ist nach Gleichung (13) $\bar{q}_1 = 544 \cdot 10^3$. Selbst wenn nun nur $\bar{q}_2 = 10^3$ angenommen wird, so folgt aus Gleichung (32) $N_2/N_1 = 0,15$, ein Wert, der wohl nicht außerhalb des Bereiches der Möglichkeit liegt, auch wenn man selbst die Annahme macht, daß jedes Atomion nur ein Elektron verloren habe.

Auf Grund dessen, was man bis jetzt über die Ionisation in leuchtenden Gasen weiß, läßt sich wohl allerdings zur Zeit

noch nicht endgültig entscheiden, ob bei Drucken unter 400 mm die Linienbreite im wesentlichen durch die Bewegung und die Zusammenstöße der Atome verursacht ist. Soviel dürfte aber aus dem Vorhergehenden folgen, daß die Zusammenstöße der Atome jedenfalls einen merklichen Beitrag zur Linienbreite liefern und hierbei der Einfluß der Elektronen nicht zu vernachlässigen ist. Näheren Aufschluß über die hier auftauchenden Fragen dürften noch am ersten Untersuchungen mit den einatomigen Gasen, wie Helium, Argon, Quecksilber, bringen, deren Linien auch zum Teil einfach ohne Trabanten sind. Auch die von Michelson zuweilen beobachtete Abhängigkeit der Halbweite von den Versuchsbedingungen, wie Stromstärke, Größe und Art der Elektroden, Durchmesser des Vakuorrohres etc., könnte teilweise mit auf die Elektronen und die verschiedene Ionisation zurückzuführen sein.

Zum Schluß werde noch kurz darauf eingegangen, daß möglicherweise auch die beträchtlichen Linien-Verbreiterungen im Falle der Erregung des Leuchtens durch elektrische Schwingungen mit durch die Elektronen erklärt werden können, wenn auch die Vermutung sehr nahe liegt, daß unter dem Einfluß der elektrischen Schwingungen noch neue Komponenten¹⁾ entstehen. Macht man nämlich die Annahme, daß die sehr schnellen elektrischen Oszillationen eine sehr große Konzentration der Elektronen zur Folge haben, eine Hypothese, die manches für sich hat, so können sich auch für kleine Drucke bereits sehr große Linienbreiten ergeben. Nehmen wir z. B. Quecksilberdampf von $t = 500$ bei $p = 2$ mm, so ist bei gewöhnlicher Glimmentladung für $\lambda_0 = 0,0,5461$ nach Gleichung (17) $\delta = 0,0,10385$, nach Abschnitt 5

$$\delta_1 = \frac{0,0,469}{50} = 0,0,11938$$

und daher $\delta_2 = \delta + \delta_1 = 0,0,1048$, eine Halbweite, wie sie Michelson etwa beobachtet hat. Setzen wir nun bei der Erregung des Leuchtens durch Schwingungen den etwas extremen Fall $N_2/N_1 = 1$ und $\bar{q}_2 = 10^9$, so wird, da nach Gleichung (13) $\bar{q}_1 = 286 \cdot 10^3$ ist, nach Gleichung (32) $f = 618 \cdot 10^1$. Nach

1) Man könnte auch daran denken, daß die Leuchtkraft von solchen Atomen, die viele Elektronen verloren haben, bedeutend wird.

Abschnitt 5 war $\eta = 0,03859$ und somit nach Gleichung (21) $L = 0,0117$. Bei der Berechnung von δ_1 nach Gleichung (15) ist an Stelle von L mithin $L_1 = \frac{0,0117}{618 \cdot 10^1}$ einzusetzen, so daß $\delta_1 = 0,09667$ wird. Es ergibt sich also $\delta_2 = \delta + \delta_1 = 0,071$ bei $t = 500$, bedeutend größer als vorher. Wollte man diese Halbweite allein auf Grund des Dopplerschen Prinzips erklären, so käme man auf die enorm hohe Temperatur von zweihundertsechzigtausend Grad.

(Eingegangen 29. November 1906.)

**2. Über die Sekundärstrahlung,
welche entsteht, wenn die β -Strahlen des Radiums
dünne Metallschichten treffen und den
Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit der
primären Strahlen, Schichtdicke und Intensität
der Sekundärstrahlen; von P. Dobler.**

(Hierzu Taf. II.)

1. Einleitung.

Bald nachdem Becquerel die radioaktiven Substanzen entdeckt hatte, fand er, daß Körper, welche von der neuen Strahlung getroffen werden, sekundäre Strahlen aussenden.¹⁾ Weiterhin machte Paschen die Beobachtung, daß ein dünnes Metallblättchen, in den Weg der β -Strahlen gebracht, keine Schattenwirkung hervorbringt, sondern daß infolge von Sekundärstrahlung hinter dem Schirm verstärkte Strahlung vorhanden ist.²⁾ Er ließ auf eine photographische Platte, die teilweise mit einem dünnen Platinstreifen bedeckt war, die β -Strahlen des Radiums einwirken und fand, daß unter dem Platin die Schwärzung größer war als an den direkt getroffenen Stellen.

Die Strahlung hinter dem Schirm setzt sich zusammen aus den nicht absorbierten primären β -Strahlen und aus den Sekundärstrahlen. Die Intensität der Gesamtstrahlung ist abhängig von der Geschwindigkeit der primären β -Strahlen und der Dicke der getroffenen Platinschicht. Auf Anraten von Hrn. Prof. Paschen, dem ich auch an dieser Stelle meinen innigsten Dank aussprechen möchte für die Anregung zu dieser Arbeit und die mannigfache Förderung, die er mir zuteil werden ließ, unternahm ich es, die Abhängigkeit festzustellen, die zwischen der Geschwindigkeit der β -Strahlen, der Dicke der vorgelegten Platinschicht und der Intensität der Strahlung hinter dem Schirm besteht.

1) H. Becquerel, Mémoires de l'Académie 46. p. 37f. 1903.

2) F. Paschen, Physik. Zeitschr. 16. p. 502f. 1904.

2. Versuchsanordnung.

Die β -Strahlen des Radiums werden durch die Einwirkung eines homogenen Magnetfeldes gezwungen, sich in kreisförmigen Bahnen zu bewegen. Zwischen der Geschwindigkeit v der β -Strahlen, ihrem Verhältnis von Ladung zu Masse, e/m , dem Radius R des Kreises und der Stärke H des Magnetfeldes besteht die bekannte Beziehung:

$$(1) \quad R \cdot H = \frac{v}{e/m}.$$

Bei den vorliegenden Versuchen muß man eine Vorrichtung treffen, welche erlaubt, die Geschwindigkeit der β -Strahlen zu bestimmen. Zu dem Zweck wurden sie durch ein homogenes Magnetfeld in ein Spektrum auseinandergezogen und dieses auf einer photographischen Platte aufgefangen. Dabei war das Spektrum derart hergestellt, daß jedem Punkt der photographischen Platte eine bestimmte, leicht zu berechnende Geschwindigkeit zugeordnet ist. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit benutzte man die Eigenschaft der β -Strahlen, daß für jede Geschwindigkeit das Produkt $R \cdot H$ einen konstanten Wert besitzt. Man maß den Krümmungsradius des β -Strahls, der einen bestimmten Punkt der photographischen Platte traf, und die Stärke des Magnetfeldes. Damit kennt man $R \cdot H$. Da Kaufmann die Werte von v und e/m bestimmt hat¹⁾, so läßt sich infolge von Gleichung (1) aus seiner Tabelle die Geschwindigkeit v für den durch $R \cdot H$ charakterisierten Strahl entnehmen.

Der Krümmungsradius eines Strahls im homogenen Magnetfeld ist bestimmt, wenn man die gegenseitige Lage von drei Punkten seiner Bahn kennt. Zweckmäßig benützt man als einen Punkt die strahlende Substanz, als zweiten eine Öffnung in einem Schirm und als dritten die betreffende Stelle des Spektrums auf der photographischen Platte. Um ein reines Spektrum zu erhalten, verwendeten Kaufmann und Becquerel als Strahlungsquelle ein Körnchen Radiumsalz. In einer gewissen Entfernung von diesem brachten sie einen Schirm an mit einem kleinen Loch und ließen die hindurchgehenden Strahlen auf eine photographische Platte einwirken. Auf diese

1) W. Kaufmann, Göttinger Nachrichten p. 1 u. f. 1901.

Weise ist jedem Punkt des Spektrums ein bestimmter Kreis zugeordnet, dessen Radius sich berechnen läßt.

Da bei den vorliegenden Versuchen die Stellen gleicher Helligkeit im direkten und im verstärkten Spektrum bestimmt werden (vgl. Abschnitt 6. p. 237 f.), so ist es von Wichtigkeit, daß in dem Spektrum die Punkte gleicher Geschwindigkeit in einer geraden Linie liegen. Das ist bei der Anordnung von Becquerel nicht der Fall.¹⁾ Außerdem muß man sehr lange exponieren, da nur sehr wenig Radium verwendet werden kann, wenn das Spektrum rein bleiben soll. Geeigneter wird diese Anordnung, wenn man statt der punktförmigen Strahlungsquelle und der punktförmigen Öffnung im Schirm parallele Spalte benutzt. Dann kann man ein dünnes, mit Radium gefülltes Glasröhrchen verwenden und die Stellen gleicher Helligkeit liegen auf Parallelen zu dem Spalt. Allerdings ist dann das Spektrum nicht ganz rein; die Unsicherheit, welche dadurch entsteht, ist aber so klein, daß sie gegenüber den anderen Fehlern kaum in Betracht kommt.

8. Berechnung der Halbmesser.

Es wurden zwei Anordnungen getroffen: 1. Eine Anordnung, bei welcher die photographische Platte mit der Verbindungsebene Spalt-Radium (in der Fig. 1 AB) einen spitzen Winkel einschließt. Bei dieser Anordnung schneidet die Platte nicht alle Strahlen

unter demselben Einfallswinkel. Die stark abgelenkten Strahlen fallen mehr streifend auf, die Strahlen großer Geschwindigkeiten beinahe senkrecht. Diese Anordnung möge Anordnung I heißen. Die Entfernung des Spaltes vom Radium sei a . Die Lage der Ebene der photographischen Platte gegen A und B ist bestimmt durch die Abstände

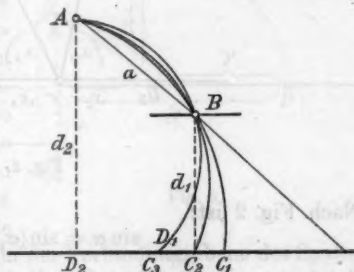


Fig. 1.

1) H. Becquerel, l. c. 46. p. 157. 1903.

$BD_1 = d_1$ und $AD_2 = d_2$ (vgl. Fig. 1). Die γ -Strahlen, welche das Radium aussendet, werden durch das Magnetfeld nicht abgelenkt, ihr Markierungsstrich auf der Platte stellt die Schnittlinie ihrer Ebene mit der Ebene AB dar. Die Lage irgendeines Punktes der Platte gegenüber dem Apparat ist also vollständig bestimmt, wenn man den Abstand vom Strich der γ -Strahlen kennt. Der Halbmesser des Kreises, der durch einen beliebigen Punkt des aufgefangenen Spektrums, den Spalt und die strahlende Substanz gegeben ist, läßt sich somit berechnen.

Ist A das Radium, B der Spalt, C ein Punkt auf der photographischen Platte (vgl. Fig. 2), so wird der Halbmesser des dem Dreieck ABC umschriebenen Kreises:

$$R = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}.$$

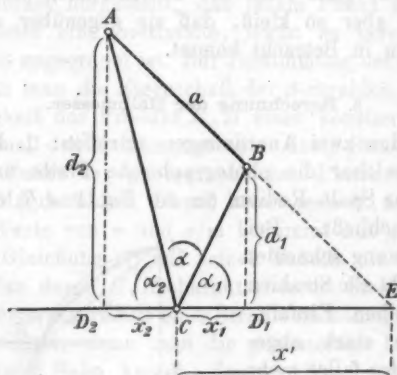


Fig. 2.

Nach Fig. 2 ist:

$$\sin \alpha = \sin(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Setzt man diesen Wert für $\sin \alpha$ in die obige Gleichung ein, so wird

$$\begin{aligned} R &= \frac{a}{2(\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2)} \\ &= \frac{\sqrt{(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1) + (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_2)}}{\operatorname{ctg} \alpha_2 + \operatorname{ctg} \alpha_1} \end{aligned}$$

Bezeichnet man den Abstand des Punktes C von D_1 mit x_1 , den Abstand des Punktes C von D_2 mit x_2 , so ist

$$R = \frac{a}{2} \frac{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{x_1}{d_1}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{x_2}{d_2}\right)^2\right)}}{\frac{x_2}{d_2} + \frac{x_1}{d_1}}$$

Apparatkonstante sind a , d_1 und d_2 . Gemessen wird auf der photographischen Platte der Abstand $CE = x'$, hieraus ergibt sich dann x_1 und x_2 , und zwar ist

$$x_1 = x' - D_1 E = x' - 1,54$$

$$x_2 = D_2 E - x' = 4,14 - x'$$

Bei der Ausmessung der Apparatdimensionen war

$$a = 4,55 \text{ cm}, \quad d_1 = 2,20 \text{ cm}, \quad d_2 = 5,93 \text{ cm}.$$

Zweite Anordnung. Um Fehler zu vermeiden, welche durch die verschiedenen Einfallswinkel der Strahlen entstehen könnten, und zur Kontrolle wurde eine Anordnung hergestellt, ähnlich der, welche Becquerel benutzte¹⁾ und bei welcher alle Strahlen die photographische Platte senkrecht schneiden. Diese Anordnung möge Anordnung II heißen. Der Einfallswinkel aller Strahlen wird ein Rechter, wenn man die photographische Platte in die Mittellotebene CD von Spalt B und Radium A bringt (vgl. Fig. 3). Ohne besondere Vorrichtung markieren sich hier die γ -Strahlen nicht, die bei der ersten Anordnung eine feste Marke zum Ablesen der Abstände abgaben. Deswegen muß bei dieser Anordnung der Rand der photographischen Platte immer denselben Abstand von der Verbindungsebene des Spaltes mit dem Radium haben, um verschiedene Platten messungsweise miteinander vergleichen zu können.

Die Berechnung der Halbmesser ist bei der Anordnung II sehr einfach. Ist $AB = 2a$ der Abstand des Radiums von

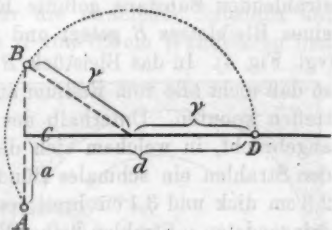


Fig. 3.

1) H. Becquerel, l. c. 46. p. 156 f. 1903.

dem Spalt, $DE = d$ der Abstand eines Punktes D der photographischen Platte von der Verbindungsebene durch A und B , so wird der Halbmesser des durch die drei Punkte ABD bestimmten Kreises:

$$r^2 = a^2 + (d - r)^2.$$

Hieraus

$$r = \frac{a^2 + d^2}{2d}.$$

Hier ist a eine konstante Größe, die sich aus den Apparatdimensionen ergibt, während d für jede einzelne Platte gegeben wird und deshalb veränderlich ist.

Bei dem verwendeten Apparat war $a = 1$ cm. Die Größe d erhielt man, wenn man dem Abstand des Punktes gleicher Helligkeit vom Rand der Platte eine konstante Größe, 2,25 cm hinzufügte, nämlich die Entfernung des Randes der Platte von der Ebene AB .

In Taf. II sind einige Aufnahmen für beide Anordnungen zusammengestellt.

4. Apparatdimensionen und Art der Ausführung der Versuche.

Zu den Versuchen wurde reinstes Radiumbromid benutzt, und zwar abwechselungsweise 15 mg und 20 mg, die je in ein dünnes Glasröhrchen eingeschmolzen waren. Das mit der strahlenden Substanz gefüllte Röhrchen wurde in die Rille R eines Bleiklotzes B gelegt und mit einer Bleiplatte P bedeckt (vgl. Fig. 4). In das Bleistück B war ein Ausschnitt A gemacht, so daß nicht alle vom Radium ausgehenden Strahlen den Schirm treffen konnten. Unterhalb des Radiums war ein Bleischirm S angebracht, in welchem sich der Spalt C befand, welcher aus den Strahlen ein schmales Bündel ausschied. Der Schirm war 2,3 cm dick und 3,1 cm breit; es konnten somit auch die durchdringendsten γ -Strahlen keine Wirkung auf die photographische Platte hervorbringen. Um die eventuell von dem Schirm ausgehenden sekundären Strahlen unschädlich zu machen, war parallel zu ihm in $\frac{1}{2}$ cm Entfernung ein Messingblech M angebracht. Die Bleistücke befestigte man in einem Kasten aus Holz und schob diesen so zwischen die Pole eines Elektromagneten, daß Radium, Spalt und photographische Platte sich noch im homogenen Feld befanden. Die Versuche wurden im verdunkelten Zimmer angestellt und außerdem der ganze

Kasten mit einem schwarzen Tuch eingehüllt. Man benutzte Schleussnersche Trockenplatten, die man in passende Größe schnitt. Die photographische Platte wurde in eine kleine Kassette

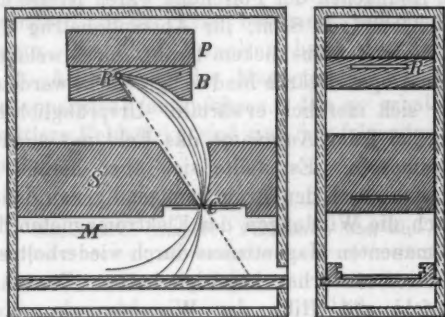


Fig. 4.

aus Holz gelegt und diese Kassette in den Holzkasten geschoben. Eine Führung F sorgte dafür, daß sie und damit die lichtempfindliche Platte immer denselben Abstand von Radium und Spalt hatte. Obenstehende Fig. 4 zeigt die Anordnung in $\frac{1}{2}$ natürlicher Größe.

Bei der Anordnung II war die strahlende Substanz auf dem Boden eines Bleikästchens B von 0,5 cm Wandstärke und 3,3 cm Breite (vgl. Fig. 5).

Oben in der Wand des Kästchens befand sich ein schmaler Spalt S . Das Bleikästchen war in einem größeren Kasten aus Holz so befestigt, daß die Verbindungsebene von Spalt und Radium senkrecht auf der photographischen Platte stand. Die Holzkassette, in welcher die Platte lag, lief in einer Führung F der Holzwandung und berührte immer einen festen Anschlag. Der Abstand des Radiums von dem Spalt war 2 cm.

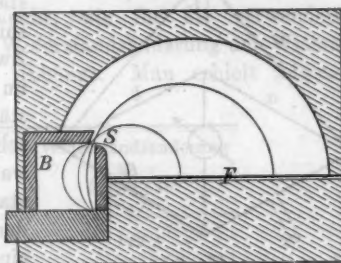


Fig. 5.

5. Ausmessung des Magnetfeldes.

Zur Erregung des Magnetfeldes diente ein Elektromagnet, welcher von der Akkumulatorenbatterie des Instituts gespeist wurde. Die Endflächen der Polschuhe waren Kreise und hatten einen Durchmesser von 8 cm, ihr Abstand betrug 4 cm. Die Windungen bestanden aus dickem Draht, durch welchen Ströme von mehreren Ampère Stärke hindurchgeschickt werden konnten, ohne daß er sich merklich erwärmte. Ursprünglich hatte man die Absicht, bei jeder Aufnahme das Feld mit einer Wismutspirale auszumessen. Es stellte sich aber heraus, daß das Magnetfeld auch durch den Strom genügend genau definiert war, welcher durch die Windungen des Elektromagneten floß, wenn man den remanenten Magnetismus durch wiederholtes Kommutieren des Stromes vorher beseitigt hatte. Zunächst wurde das Magnetfeld mit Hilfe der Wismutspirale relativ ausgemessen. Da für die Versuche Felder unter 1000 absoluten Einheiten nötig waren, so konnte man mit der gewöhnlichen Anordnung der Wheatstoneschen Brücke die geringe Widerstandsänderung der Wismutspirale nicht messen. Deshalb wurde folgende Anordnung getroffen:

In die Zweige a und b der Wheatstoneschen Brücke (vgl. Fig. 6) waren die nahezu gleichen, sehr sorgfältig her-

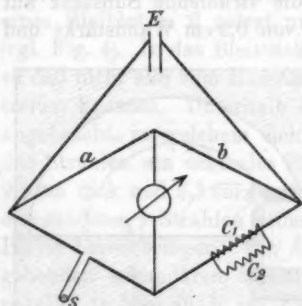


Fig. 6.

gestellten Widerstände W_a und W_b eingeschaltet, deren Widerstandsverhältnis vor der Messung bestimmt wurde. Im dritten Zweig lag die Wismutspirale W_c , im vierten waren die Widerstände W_{c1} und W_{c2} parallel geschaltet. Der eine Widerstand W_{c1} war nahezu gleich dem Widerstand der Wismutspirale. Änderte sich ihr Widerstand um einen geringen Betrag, so hatte man den Widerstand W_{c2} be-

deutend zu ändern, damit kein Strom durch das Galvanometer ging. Die Wismutspirale konnte auf einem Schlitten leicht verschoben werden. Bei jeder Feldstärke maß man ihren Widerstand im Feld und außerhalb desselben.

Wurde der Strom vor den Messungen oft kommutiert, so war das Magnetfeld, wie die Ausmessung mit der Wismutspirale ergab, durch ihn genügend definiert. Deshalb wurde bei den späteren Messungen die Wismutspirale nicht mehr benutzt, sondern nur der Strom bestimmt, welcher das Magnetfeld erzeugte. Hr. Prof. Paschen hatte die Freundlichkeit, die absolute Ausmessung des Magnetfeldes mit Hilfe seines neuen Meßapparates¹⁾ auszuführen. Die so erhaltenen Werte für die mittlere Feldstärke sind auf der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Stromstärke (Ampère)	Feldstärke (abs. Einh.)
1,1	221,6
1,6	315,0
2,08	399
2,48	455
3,08	632
4,30	828
5,40	1024
6,38	1182
7,52	1324
8,39	1481
9,35	1552
10,64	1671

Es wurde auch untersucht, wie für die verwendeten schwachen Magnetfelder die Widerstandsänderung der Wismutspirale von der Feldstärke abhängt. Man erhielt folgende Werte:

Feldstärke (abs. Einh.)	Widerstandsänderung $\frac{\Delta W}{W} \cdot 10^6$
342	129,2
452	256,5
1051	1212
1388	2099
1699	3142

1) F. Paschen, Physik. Zeitschr. 6. p. 871. 1905.

Sucht man diese Abhängigkeit zwischen H und $\Delta W/W$ gesetzmäßig darzustellen, so erhält man dieselbe Gleichung, wie sie Carpini¹⁾ gefunden hat, nur sind die konstanten Faktoren andere. Dieser Unterschied rührt wohl daher, daß verschiedenes Wismutmaterial verwendet wurde.

6. Geschwindigkeit derjenigen β -Strahlen, für welche die Absorption der ursprünglichen Strahlen durch die Platinschicht gerade gleich ist der Verstärkung durch die entstehende Sekundärstrahlung.

Legt man eine lichtempfindliche Platte in die Holzkassette, bringt diese in das homogene Magnetfeld und läßt die Strahlung einwirken, so bemerkt man nach dem Entwickeln der photographischen Platte an zwei Stellen eine Schwärzung. Man sieht einen schmalen Streifen quer über die Platte, welcher durch die Einwirkung der vom Radium ausgehenden γ -Strahlen entstand. Dieser Strich der γ -Strahlen stellt die Schnittlinie der durch das Radium und den Spalt bestimmten Ebene mit der Glasplatte dar und bildet eine feste Marke. Nach einem kleinen Zwischenraum, der je nach der Stärke des Magnetfeldes größer oder kleiner ist, ist die Platte durch das Spektrum der β -Strahlen geschwärzt. Die Strahlen einer und derselben Geschwindigkeit liegen auf Parallelen zu dem Strich der γ -Strahlen; die β -Strahlen größter Geschwindigkeit liegen am nächsten, die langsamsten sind am weitesten von der Marke entfernt.

Nicht alle β -Strahlen bringen gleiche Schwärzung hervor. Die ganz schnellen und die ganz langsamen Strahlen bringen die geringste Schwärzung hervor, eine maximale Wirkung haben die Strahlen mittlerer Geschwindigkeit. Bei den verwendeten Platten waren dies Strahlen einer Geschwindigkeit $v = 2,6 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Bedeckt man jetzt die photographische Platte teilweise mit einem dünnen Platinstreifen und zwar so, daß diesen Streifen Strahlen aller Geschwindigkeiten treffen können, so ist das Spektrum unter diesem zum Teil verstärkt, zum Teil geschwächt gegenüber dem Spektrum der unbedeckten Platte. Man bestimmte nun diejenige Stelle der beiden Spektren,

1) C. Carpini, *Physik. Zeitschr.* 1904. p. 819.

für welche die Absorption der ursprünglichen Strahlen durch die Platinschicht gerade gleich ist der Verstärkung durch die entstehende Sekundärstrahlung. Diese Stelle ist daran zu erkennen, daß im direkten und im verstärkten Spektrum gleiche Helligkeit vorhanden ist. Man bestimmte diese Stelle, indem man im verdunkelten Zimmer hinter der Platte den geraden Faden einer Glühlampe so lange verschob, bis er in seiner ganzen Ausdehnung gleich hell erschien. Die Bestimmung ließ sich ziemlich scharf ausführen. Der Ort der Geraden gleicher Helligkeit wurde am Rand der Platte markiert, ihr Abstand x' vom Strich der γ -Strahlen abgelesen. Aus diesem Abstand x' und den Apparatdimensionen, die auf p. 231 angegeben sind, berechnet man den Krümmungsradius R der Strahlen, welche im direkten Spektrum und unter dem Platinstreifen gleiche Helligkeit hervorgebracht hatten. Aus der Stärke des Stromes, welcher durch die Windungen des Elektromagneten floß, erhält man nach der Tabelle auf p. 235 die Stärke H des Magnetfeldes. Man kann das Produkt $R.H$ für die Strahlen bilden und erhält dann aus der Tabelle von Kaufmann für v und c/m nach den Betrachtungen von Abschnitt 2 den Wert der zugehörigen Geschwindigkeit v . Für die Platindicke $d = 13 \mu$ möge die Berechnung angeführt werden. Es wurden folgende Ablesungen gemacht: Abstand der Geraden gleicher Helligkeit vom Strich der γ -Strahlen: $x' = 1,36$ cm. Zur Bestimmung wurde die Anordnung I verwendet. Nach p. 231 werden also die Größen x_1 und x_2 , die in dem Ausdruck für den Krümmungsradius vorkommen:

$$x_1 = 1,54 \text{ cm} - 1,36 \text{ cm} = 0,18 \text{ cm},$$

$$x_2 = 4,14 \text{ cm} - 1,36 \text{ cm} = 2,78 \text{ cm}.$$

Somit ist:

$$R = \frac{4,55}{2} \frac{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{0,18}{2,2}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{2,78}{5,93}\right)^2\right)}}{\left(\frac{2,78}{5,93} - \frac{0,18}{2,2}\right)} = 6,54 \text{ cm}.$$

Der Strom, welcher durch die Windungen des Elektromagneten floß, hatte eine Stärke von $i = 2,40$ Amp.; bei der obigen Aufnahme war also nach Tab. I auf p. 235 die Stärke H des Magnetfeldes = 445 abs. Einh. und demgemäß $R.H = 2910$.

Aus der Tabelle von Kaufmann erhält man zu diesem Wert von $R.H$ die Geschwindigkeit $v = 2,7 \text{ cm/sec} \cdot 10^{10}$. Führt man diese Bestimmung für verschiedene Platindicken aus, so erhält man eine Reihe zusammengehöriger Werte von v und d . Auf die photographische Platte wurden etwa $\frac{1}{2} \text{ cm}$ breite Platinstreifen von 1μ , $2,5 \mu$, $4,6 \mu$, 13μ , $19,6 \mu$, $34,7 \mu$ und 50μ Dicke gelegt und ungefähr 1 Stunde lang der Einwirkung des Spektrums der β -Strahlen ausgesetzt. Für jede Platindicke wurden eine Anzahl Aufnahmen gemacht.

Da nicht alle β -Strahlen des Spektrums die photographische Platte senkrecht treffen, so muß man diejenige Platindicke berechnen, die an der Stelle gleicher Helligkeit von den β -Strahlen wirklich durchdrungen wird. Ist der Einfallswinkel α , so ist diese Dicke bei einer Platinschicht von der gemessenen Dicke d gleich $d/\sin \alpha$. Die erhaltenen Werte sind folgende:

Tabelle a.

Die Platinstreifen liegen auf der unbedeckten photographischen Platte.

Dicke des Platinstreifens $d = 2,5 \mu$; $\alpha = 60^\circ$; $\frac{d}{\sin \alpha} = 2,9 \mu$.

Platte	$R.H$	Mittelwert	Fehler %	$v \cdot 10^{-10} \text{ cm/sec}$
1	1985		+4	
2	1965		+1,8	
3	1980		+2,5	
4	1930	1930	0	2,37
5	1860		-3,5	
6	1860		-3,5	

Dicke des Platinstreifens $d = 4,6 \mu$; $\frac{d}{\sin \alpha} = 4,7 \mu$.

1	2370		+4	
2	2320		+1,8	
3	2210	2280	-3	2,53
4	2210		-3	
5	2300		+0,9	

Dicke d des Platinstreifens 13μ ; $\alpha = 90^\circ$.

1	2870		-0,7	
2	2910		+0,5	
3	2910	2894	+0,5	2,75
4	2910		+0,5	
5	2870		-0,7	

Tabelle a (Fortsetzung).

Dicke d des Platinstreifens $19,6 \mu$; $\frac{d}{\sin \alpha} = 19,8 \mu$.

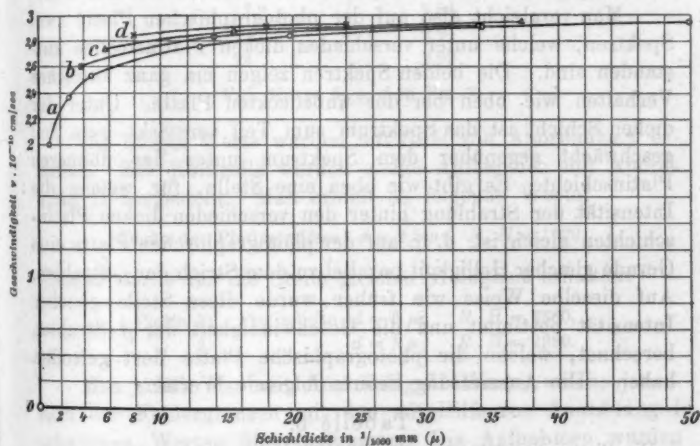
Platte	$R.H$	Mittelwert	Fehler %	$v \cdot 10^{-10}$ cm/sec
1	3660	3480	+5,2	2,88
2	3310		-5	
3	3470		-0,3	
4	3560		+3	
5	3370		-3,2	

Dicke d des Platinstreifens $34,7 \mu$; $\frac{d}{\sin \alpha} = 35,2 \mu$.

1	4330	4570	-5,3	2,92
2	4660		+2,4	
3	4580		-0,9	
4	4660		+2,4	
5	4660		+2,4	

Für $d = 50 \mu$ war $R.H = 4900$ und $v = 2,94 \cdot 10^{-10}$ cm/sec.

Für $d = 1 \mu$ war $R.H = 1450$ und $v = 2,0 \cdot 10^{10}$ cm/sec.



Kurve a, fotogr. Platte unbedeckt.

„ b „ „ mit Pt von 1μ Dicke bedeckt.

„ c „ „ „ „ „ $2,5 \mu$ „ „

„ d „ „ „ „ „ 5μ „ „

Fig. 7.

In Fig. 7 ist diese Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Schichtdicke graphisch dargestellt. Die Dicke der Platin-

schicht wurde als Abszisse, die zugehörige Geschwindigkeit als Ordinate in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eingetragen. Vgl. Fig. 7, Kurve a.

Auf diese Weise erhält man für die unbedeckte Platte den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Schichtdicke. Nicht nur die Platinstreifen, welche auf die photographische Platte gelegt sind, geben Anlaß zu Sekundärstrahlung, sondern auch das Glas der photographischen Platte selbst. Es ist also, als ob eine sehr dünne Schicht Platin über die ganze Platte gebreitet wäre. Es lag nahe, zu untersuchen, was für eine Abhängigkeit sich ergibt, wenn man über die ganze photographische Platte Platin ausbreitet und darüber Streifen verschiedener Dicke legt. Dieses Verfahren hat auch den Vorteil, daß die leicht absorbierbare Sekundärstrahlung, welche durch die Wandungen des Kästchens veranlaßt wird, nicht mehr auf die lichtempfindliche Schicht einwirken kann.

Man vergleicht also auf der photographischen Platte zwei Spektren, welche unter verschiedenen dicken Platinstreifen entstanden sind. Die beiden Spektren zeigen ein ganz ähnliches Verhalten wie oben bei der unbedeckten Platte. Unter der dicken Schicht ist das Spektrum zum Teil verstärkt, zum Teil geschwächt gegenüber dem Spektrum unter der dünneren Platinschicht. Es gibt wie oben eine Stelle, für welche die Intensität der Strahlung hinter den verschieden dicken Platinschichten gleich ist, d. h. auf der photographischen Platte eine Gerade gleicher Helligkeit parallel zu dem Strich der γ -Strahlen. Auf dieselbe Weise wie früher wurde diese Stelle gleicher Intensität bestimmt und die Geschwindigkeit der β -Strahlen berechnet, welche die photographische Platte dort getroffen haben. Die Ausmessung lieferte folgende Werte:

Tabelle b.

Die Platte mit Platin von 1μ Dicke bedeckt, darüber Streifen von $2,9 \mu$, 14μ und 34μ Dicke gelegt.

Platindicke d	Geschwindigkeit $v \cdot 10^{-10}$ cm/sec
$3,9 \mu$	2,60
14	2,88
35	2,92 ₅

Tabelle c.

Die Platte mit Platin von $2,5 \mu$ Dicke bedeckt, darüber Streifen von $3,2 \mu$, 13μ und 35μ Dicke gelegt.

Platindicke d	Geschwindigkeit $v \cdot 10^{-10}$ cm/sec
5,7 μ	2,74
15,5	2,87
37,5	2,93

Tabelle d.

Die Platte mit Platin von 5μ Dicke bedeckt, darüber Streifen von $2,9 \mu$, 13μ und 19μ Dicke gelegt.

Platindicke d	Geschwindigkeit $v \cdot 10^{-10}$ cm/sec
7,9 μ	2,84
18	2,91
24	2,92

Vgl. Kurve b , c , d in Fig. 7.

Die obigen Werte wurden mit Hilfe von Anordnung I erhalten. Zur Kontrolle wurden einige Aufnahmen mit Anordnung II hergestellt. Man erhielt da folgende Werte:

Dicke des Platinstreifens: $d = 2,5 \mu$; $R \cdot H = 1920$.

Ebenso wurde für die Stelle gleicher Helligkeit erhalten:

Platte 1: Platindicke $d = 5 \mu$; $R \cdot H = 2380$,

„ 2: „ „ $d = 5 \mu$; $R \cdot H = 2280$.

Man erhält also mit Anordnung II Werte, welche innerhalb der Fehlergrenzen mit den mit Hilfe von Anordnung I erhaltenen Werten übereinstimmen. Die Aufnahmen wurden mit Anordnung I gemacht, weil man hier nicht so lange exponieren mußte, und weil man weniger Störungen infolge von Sekundärstrahlung der Kastenwandungen ausgesetzt war.

Bei den mit Anordnung II hergestellten Aufnahmen bemerkt man zwei Stellen gleicher Helligkeit der beiden Spektren, zu welchen verschiedene Geschwindigkeiten gehören. Bei Anordnung I bemerkt man nur die Stelle, zu welcher die kleinere

Geschwindigkeit gehört, wahrscheinlich, weil die Dispersion nicht groß genug ist. Anordnung II ergab folgende Werte:

Dicke des Platinstreifens . . .	$d = 2,5 \mu$;	$v = 2,8 \cdot 10^{10}$ cm/sec,
„ „ Aluminiumstreifens . . .	$d = 7,5 \mu$;	$v = 2,6 \cdot 10^{10}$ „

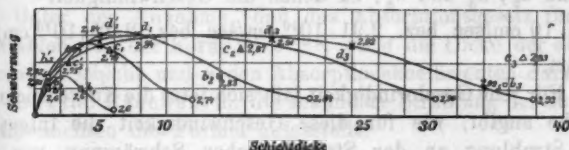
7. Abhängigkeit der Intensität der Strahlung von der Geschwindigkeit der β -Strahlen und der Dicke der durchstrahlten Schicht.

Im vorigen Abschnitt hat man die Abhängigkeit der Geschwindigkeit der primären β -Strahlen von der Dicke des vorgelegten Platinstreifens bestimmt. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, in welcher Beziehung die Schichtdicke und die Geschwindigkeit der β -Strahlen zu der Intensität der Strahlung hinter dem Platin stehen. Als Maß der Intensität der Strahlung diene ihre photographische Wirksamkeit, also die Schwärzung, welche sie auf der lichtempfindlichen Schicht hervorbringen.

Der Zusammenhang, der zwischen Intensität der Strahlung, Schichtdicke und Geschwindigkeit besteht, wurde graphisch ermittelt. Auf der Abszissenachse eines rechtwinkligen Koordinatensystems trug man die Platindicke d , auf der Ordinatenachse die Intensität J der Strahlung ab. Jedem Wert von d und J entspricht also ein Punkt der Koordinatenebene. Diesem Punkt ordnet man die Geschwindigkeit zu, welche nach der Messung des vorigen Abschnittes für die betreffende Platindicke die Stelle gleicher Schwärzung hervorbringt. Trägt man auf diese Art die Werte ein, so erhält man in der Koordinatenebene ein System von Punkten, wobei jedem Punkt eine gewisse Geschwindigkeit zugeordnet ist, wie auf einer Landkarte zu jedem Punkt außer seiner Länge und Breite noch seine Höhe über dem Meere gehört. Verbindet man die Punkte gleicher Geschwindigkeit durch einen stetigen Kurvenzug, wie man auf den Landkarten die Punkte gleicher Höhe durch die Höhenkurven verbindet, so erhält man in der Koordinatenebene ein System von Kurven. Jeder Geschwindigkeit entspricht eine Kurve, welche angibt, wie für diese Geschwindigkeit die Intensität der Strahlung hinter dem Platin von der Dicke der durchstrahlten Schicht abhängt.

Ist z. B. die ganze photographische Platte mit Platin von

1 μ Dicke bedeckt und darüber ein Streifen von 2,5 μ Dicke gelegt, so bringt nach Tab. b auf p. 240 eine Geschwindigkeit $v = 2,60 \cdot 10^{10}$ cm/sec unter beiden Schichten gleiche Helligkeit hervor. Der Schwärzung an dieser Stelle wurde schätzungsweise der Wert 1 gegeben. Trägt man diesen Wert der Schwärzung als Ordinate, die Dicke der Platinschicht als Abszisse in das Koordinatensystem ein, so erhält man in der Koordinatenebene zwei Punkte, einen Punkt mit der Abszisse $d = 1 \mu$ und einen Punkt mit der Abszisse $d = (2,5 + 1) \mu$. Zu diesen beiden Punkten ist je die Geschwindigkeit $v = 2,60 \cdot 10^{10}$ cm/sec zu schreiben. Auf die mit Platin von 1 μ bedeckte photographische Platte hat man außerdem noch einen Platin-



- x Punkte für die mit Pt von 5 μ bedeckte Platte.
- Δ " " " " " 2,5 μ " "
- " " " " " 1 μ " "
- " " " unbedeckte Platte.

Fig. 8.

streifen von 13 μ Dicke und von 34,7 μ Dicke gelegt. Nach Tab. b bringt die Geschwindigkeit $v = 2,83 \cdot 10^{10}$ cm/sec bez. $v = 2,92 \cdot 10^{10}$ cm/sec die Stelle gleicher Schwärzung hervor. Die Intensität der Strahlung ist für die Stelle gleicher Helligkeit ein wenig größer als für den Streifen von 2,5 μ Dicke. Für die mit 1 μ bedeckte Platte hat man also in der Koordinatenebene sechs Punkte erhalten, nämlich b_1 und b_1' , b_2 und b_2' , c_1 und c_2' . (Vgl. Fig. 8.)

Ist die ganze photographische Platte mit Platin von 2,5 μ Dicke bedeckt und darüber ein Streifen von 2,5 μ Dicke gelegt, so bringt nach Tabelle c, p. 241 die Geschwindigkeit $v = 2,74 \cdot 10^{10}$ cm/sec unter beiden Schichten gleiche Schwärzung hervor, d. h. die Intensität der Strahlung ist für diese Geschwindigkeit hinter einer Platinschicht von 2,5 μ und von 5 μ dieselbe. Die Intensität der Strahlung ist schätzungsweise

$2\frac{1}{2}$ mal so groß als für die mit Platin von $1\ \mu$ Dicke bedeckte Platte. Trägt man die Werte in dasselbe Koordinatensystem wie oben ein, so erhält man die Punkte c_1 und c_1' , zu denen je die Geschwindigkeit $v = 2,74 \cdot 10^{10}$ cm/sec zu schreiben ist. Für einen darüber gelegten Streifen von $13\ \mu$ Dicke erhält man die Punkte c_2 und c_2' , zu denen die Geschwindigkeit $v = 2,87 \cdot 10^{10}$ cm/sec gehört. Ebenso ergibt sich für den Streifen von $35\ \mu$ Dicke ein Punkt c_3 und ein Punkt c_3' , denen die Geschwindigkeit $v = 2,93 \cdot 10^{10}$ cm/sec zugeordnet werden muß.

Bedeckt man die ganze photographische Platte mit einer Platinschicht von $5\ \mu$ Dicke und legt darüber wieder Streifen von $2,5\ \mu$, $13\ \mu$ und $19,6\ \mu$, so erhält man die Punkte d_1 und d_1' , d_2 und d_2' , d_3 und d_3' , zu denen die Geschwindigkeit $2,84 \cdot 10$ cm/sec bez. $2,91 \cdot 10^{10}$ cm/sec bez. $2,92 \cdot 10^{10}$ cm/sec gehört.

Für jede Geschwindigkeit läßt sich jetzt die Kurve zeichnen, welche angibt, wie für diese Geschwindigkeit die Intensität der Strahlung an der Stelle gleicher Schwärzung von der Schichtdicke abhängt.

In Fig. 8 wurden durch Interpolation die Kurven konstruiert, welche zu den Geschwindigkeiten

$$v = 2,6 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec, } 2,74 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec, } 2,84 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec,} \\ 2,90 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec und } 2,92 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$$

gehören.

Schneidet man das Kurvensystem der Fig. 8 durch eine Parallele zur Ordinatenachse, z. B. im Abstand $5\ \mu$, so bringen Strahlen der Geschwindigkeit $v = 2,84 \cdot 10^{10}$ cm/sec das Maximum der Wirkung hervor. Die schnelleren und langsameren Strahlen schwärzen weniger. Dasselbe Verhalten zeigt die mit $5\ \mu$ bedeckte Platte. Das Kurvensystem der Fig. 8 erhält man also auch, wenn man die Helligkeiten mißt, welche die verschiedenen Geschwindigkeiten unter der Schicht hervorbringen, und die Werte für d , v und Schwärzung einträgt. Das Bild ist nur wenig abhängig von der Schätzung der Intensitäten.

8. Schlußbetrachtungen.

Die Kurven, welche die Abhängigkeit der Gesamtstrahlung von der Schichtdicke für die einzelnen Geschwindigkeiten an-

geben, zeigen alle ein ganz charakteristisches Verhalten. Sie steigen ziemlich rasch an, verlaufen eine Strecke beinahe horizontal und fallen dann allmählich ab, wobei der absteigende Ast einen Wendepunkt hat. Besonders bei den Kurven für die großen Geschwindigkeiten ist dies auffallend, auch die Umhüllungslinie der Kurven zeigt dasselbe Verhalten.

Hr. Eve¹⁾ hat die Wirkung untersucht, welche die Sekundärstrahlen eines Gemisches von β - und γ -Strahlen auf ein Elektrometer ausüben, hat aber nicht die Abhängigkeit für die einzelnen Geschwindigkeiten der β -Strahlen gemessen. Seine Kurve zeigt ein ganz ähnliches Verhalten wie die hier beobachteten, besonders ist die Analogie mit der Umhüllungskurve groß.

Unter der Annahme, daß das Absorptionsgesetz für die β -Strahlen von der Form ist $e^{-d\alpha}$, wo d die Dicke der absorbierenden Schicht und α den Absorptionskoeffizienten darstellt, hat Hr. Prof. Paschen für die sekundäre Strahlung bei dünnen Platinschichten die Formel aufgestellt:

$$\frac{\alpha \cdot A}{\alpha - \beta} (e^{-d\beta} - e^{-d\alpha}),$$

wo β der Absorptionskoeffizient der entstehenden Sekundärstrahlung ist. Nimmt man den Absorptionskoeffizienten α der primären Strahlen klein an im Vergleich zu dem Absorptionskoeffizienten β der entstehenden Strahlen und zeichnet die durch obige Gleichung dargestellten Kurven, so erhält man ein ganz ähnliches Kurvensystem wie das Kurvensystem II. Die Formel von Hrn. Prof. Paschen stellt also die Beobachtungen in erster Annäherung dar, doch reichen für eine genaue Bestimmung von α , β und A die vorhandenen Beobachtungen nicht aus.

1) S. A. Eve, Phil. Mag. 1904. p. 669 ff.

(Eingegangen 25. November 1906.)

3. *Über die Absorption und das Strahlungsvermögen der Metalle für Hertz'sche Wellen*¹⁾;
 von Josef R. von Geitler.

V. Bjerknes²⁾ hat gezeigt, daß die nichtmagnetischen Metalle hinsichtlich ihrer Fähigkeit, elektrische Wellen zu dämpfen, sich in derselben Reihenfolge ordnen wie ihre spezifischen elektrischen Widerstände. Seine Versuche beziehen sich jedoch nur auf Wellen *einer* Periode. Es schien mir daher nicht ohne Interesse, zu untersuchen, ob und in welcher Weise das Verhältnis der Dämpfungskonstanten verschiedener Metalle von der Wellenlänge abhängt; denn eine etwa vorhandene anomale Absorption müßte durch solche Messungen nachgewiesen werden können; von vornherein war aber ein normales Verhalten der verschiedenen Metalle nicht mit Sicherheit zu erwarten, hatte doch Drude³⁾ bei Flüssigkeiten anomale Absorption im Gebiete der Hertz'schen Wellen erhalten. Bei Metallen wäre eine solche Erscheinung vielleicht sogar weniger überraschend, wenn man bedenkt, daß infolge des enormen Brechungsexponenten die Länge der ins Metall eindringenden Wellen nur Bruchteile eines Millimeters beträgt, so daß in den kleinen Strukturelementen des Materials eine mögliche Ursache für das Auftreten anomaler Dispersion vermutet werden könnte.

I. Theoretischer Teil.

Das Prinzip der Messungen war dasselbe, das Bjerknes in der oben erwähnten Arbeit verwendet hatte. Bjerknes bediente sich bekanntlich möglichst gleichdimensionierter, kreisförmiger Resonatoren aus verschiedenen, durch dasselbe Loch gezogenen Metalldrähten, deren Enden mit einem Hertz-

1) Gekürzt mitgeteilt aus den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien mathem.-naturw. Kl. 115. Abt. IIa. 5. Juli 1906.

2) V. Bjerknes, Wied. Ann. 47. p. 69. 1892.

3) P. Drude, Wied. Ann. 58. p. 1. 1896.

Bjerknesschen Elektrometer verbunden werden konnten. Die verschiedenen Drähte wurden von ihm gegeneinander ausgetauscht und nacheinander der Beobachtung unterworfen, indem für jedes Material der Elektrometersausschlag gemessen wurde, den ein und derselbe auf die Periode des Resonators abgestimmte und mit ihm lose gekoppelte Primärkreis erzeugte.

Nach Bjerknes¹⁾ kann man schon nach wenigen Oszillationen des rasch gedämpften primären Kreises den Resonator selbst als Erreger betrachten und seine Schwingungen durch die Gleichung darstellen:

$$(1) \quad \varphi = B \cdot e^{-\beta t} \cos bt,$$

wo φ die Potentialdifferenz der Elektrometerplatten bedeuten möge. Der Elektrometersausschlag ist dann dem Impulse

$$J = \int_0^{\infty} \varphi^2 dt$$

proportional, der sich für nicht zu große Werte der Dämpfungskonstanten β zu

$$(2) \quad J = \frac{B^2}{4\beta}$$

berechnet.

Hieraus ergeben sich für den vorliegenden Zweck nachstehende *Folgerungen*:

Für verschiedene Resonatoren, deren Anfangspotentialdifferenz B dieselbe ist, wird das Verhältnis n der Elektrometersausschläge

$$(3) \quad n = \frac{J}{J'} = \frac{\beta'}{\beta}.$$

Da bei der Bjerknesschen (und bei meiner) Versuchsanordnung die B -Werte für alle Resonatoren dieselben sind, wie sich aus der Unabhängigkeit der maximalen Funkenlänge eines Resonators von dessen materieller Beschaffenheit ergibt²⁾, so bietet die Methode die Möglichkeit, das Verhältnis n der Dämpfungskonstanten für verschiedene Wellenlängen in einfacher Weise zu ermitteln.

Die Dämpfung der Schwingungen in einem Hertzschcn Erreger — und als solchen können wir nach dem oben Gesagten

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 88. 1891.

2) H. Hertz, Ges. Werke 2. p. 50.

den Resonator betrachten — ist, wie schon Hertz¹⁾ gezeigt und besonders Bjerknæs²⁾ ausgeführt hat, das Resultat zweier verschiedenen Wirkungen, und demgemäß setzen sich die Konstanten β aus zwei Summanden zusammen; der eine, im folgenden α genannte, bezieht sich auf jenen Teil der aufgefangenen Energie, der sich beim Eindringen der Wellen in den Draht in (Joulesche) Wärme verwandelt; der andere stellt die Dämpfung dar, die durch Ausstrahlung elektromagnetischer Wellen vom Erreger (Resonator) in den umgebenden Raum erzeugt wird; er soll mit dem Buchstaben δ bezeichnet und nach Bjerknæs das Hertz'sche Dekrement genannt werden. Wir müssen daher das Verhältnis n in der Form schreiben:

$$(3) \quad n = \frac{\alpha' + \delta'}{\alpha + \delta}.$$

Die Jouleschen Dekremente sind wesentlich von dem Material und der Gestalt des Resonators, sowie von der Schwingungsdauer abhängig. Sie haben bekanntlich den Wert

$$(4) \quad \alpha = \frac{w \cdot \tau}{2L},$$

wo τ die ganze Schwingungsdauer, L den Selbstinduktionskoeffizienten, w den Widerstand des Resonators für das betreffende τ bedeuten. Nach Lord Rayleigh und J. Stefan³⁾ ist für unmagnetisches Material und sehr schnelle Schwingungen der Periode τ der Widerstand

$$(5) \quad w = \frac{l}{R} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\tau}},$$

wenn l die Gesamtlänge, R den Halbmesser und σ den spezifischen Widerstand des Drahtes für Gleichstrom darstellen.

Bei Verwendung vollkommen kongruenter Erreger (Resonatoren) verschiedenen Materials ist also das *Verhältnis der Jouleschen Dekremente*

$$(6) \quad \nu = \frac{\alpha'}{\alpha} = \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}}$$

1) l. c. p. 147.

2) V. Bjerknæs, Bihang till k. Svenska Vet.-Akad. Handlingar 20. Afd. I. Nr. 5. 1895; Über elektrische Resonanz II. Mit dieser Arbeit wurde ich erst in einem späten Zeitpunkte meiner Versuche bekannt.

3) J. Stefan, Wied. Ann. 41. p. 411. 1890.

von der Periode unabhängig. Wären demnach die Hertz'schen Dekremente sehr klein gegen die Jouleschen (Gleichung (3)), so müßte auch $n = \nu$ von der Schwingungsdauer unabhängig sein. In diesem Falle müßte sich das Vorhandensein anomaler Absorption eines der Metalle für die betreffende Schwingungsdauer durch eine Abweichung des Wertes von n von der Konstanten ν kundgeben.

Nun wäre es aber ein verhängnisvoller Irrtum, die Hertz'schen Dekremente gegenüber den Jouleschen ohne weiteres vernachlässigen zu wollen. Hertz selbst hat für einen 1 m langen geradlinigen Oszillator, an dessen Enden Kugeln von 15 cm Halbmesser angebracht waren (entsprechend einer Wellenlänge von etwa 480 cm), näherungsweise berechnet, daß die dem Erreger ursprünglich mitgeteilte Energie schon nach elf Halbschwingungen durch die Strahlung allein auf die Hälfte ihres Anfangswertes gesunken sein müßte, selbst wenn der Widerstand des Leiters zu vernachlässigen gewesen wäre.¹⁾

Das Hertz'sche Dekrement eines elektromagnetischen Oszillators hängt offenbar sehr von dessen geometrischer Gestalt ab und ist wohl gerade in dem von Hertz betrachteten Falle des geradlinigen Erregers besonders groß. Daß aber auch für anders gestaltete Systeme die Hertz'schen Dekremente von der Größenordnung der Jouleschen sein, ja diese beträchtlich übertreffen können, zeigen die Versuche von Bjercknes²⁾ mit kreisförmigen Resonatoren; er fand z. B. für 0,2 mm-Kupferdrähte $\alpha = 0,021$, $\delta = 0,018$, für 0,5 mm-Kupferdrähte $\alpha = 0,0078$, $\delta = 0,0266$.

Bei meinen Versuchen kamen durchwegs *Paralleldrahtresonatoren* zur Verwendung. Die folgenden Überlegungen über die zu erwartende Abhängigkeit des Verhältnisses n (Gl. (3)) von der Periode τ , wenn die Dekremente δ gegen die α nicht vernachlässigt werden dürfen, beziehen sich daher in erster Linie auf Erreger (Resonatoren) dieser Gestalt.

Zunächst sei bemerkt, daß für eine und dieselbe Schwingungsdauer τ die Werte δ und δ' in dem Ausdrucke für n einander gleich (δ) gesetzt werden können. Dies folgt aus der

1) H. Hertz, Ges. Werke 2. p. 160.

2) V. Bjercknes, l. c. p. 36.

Erwägung, daß für den Wert von δ neben der materiellen Beschaffenheit des Mediums in der *Umgebung*¹⁾ des Resonators (in unserem Falle also Luft) nur die geometrische Konfiguration des Resonators selbst, nicht aber dessen eigene materielle Beschaffenheit maßgebend sein dürfte.²⁾ Es sei jedoch betont, daß trotzdem das *Strahlungsvermögen* eines Resonators, wie weiter unten noch gezeigt werden soll, von seinen stofflichen Eigenschaften abhängig ist.

Wir können demnach schreiben:

$$(7) \quad \bar{n} = \frac{\alpha' + \delta}{\alpha + \delta} = \frac{\nu + \gamma}{1 + \gamma},$$

wenn $\gamma = \delta/\alpha$ gesetzt wird und ν die frühere Bedeutung (Gleichung (6)) besitzt; hierbei soll festgesetzt werden, daß stets $\nu < 1$ sei, was durch passende Wahl der verglichenen Metalle natürlich immer erfüllt werden kann. Um die *Abhängigkeit des Verhältnisses n von der Periode τ* zu finden, soll folgendermaßen verfahren werden: Aus Gleichung (7) folgt unmittelbar:

$$(8) \quad \frac{dn}{d\gamma} = \frac{1 - \nu}{1 + \gamma}.$$

Nach der Voraussetzung über ν ist die rechte Seite von Gleichung (8) stets > 0 ; um daher den Sinn der Abhängigkeit des n von τ zu ermitteln, genügt es, $d\gamma/d\tau$ zu berechnen. Nach der Definition von γ ergibt sich daher, daß

$$(9) \quad \frac{d\gamma}{d\tau} \geq 0,$$

wenn

$$(10) \quad \frac{d\delta}{d\tau} - \gamma \frac{d\alpha}{d\tau} \geq 0.$$

Setzt man in Gleichung (4) den Wert von w aus Gleichung (5) und für L den Wert für parallele Drähte vom Abstände d und der Gesamtlänge l , nämlich $2l \cdot \log \text{nat } d/R$, so folgt

$$(4a) \quad \alpha = \frac{\sqrt{\sigma \cdot \tau}}{4R \log \text{nat } \frac{d}{R}} = c \cdot \sqrt{\tau},$$

1) R. Clausius, *Mechan. Wärmetheorie* III. Aufl. 1. p. 335 ff.

2) Vgl. auch V. Bjerknes, *l. c.* p. 36.

wo der Faktor c stets > 0 ist. Demnach ist auch

$$(4b) \quad \frac{d\alpha}{d\tau} = \frac{c}{2\sqrt{\tau}}$$

stets > 0 und es hat $d\alpha$ dasselbe Zeichen wie $d\tau$. Wie sich schon aus Gleichung (4a) ergibt, nimmt also das Joulesche Dekrement mit abnehmender Schwingungsdauer (Wellenlänge) ebenfalls ab.

Es ist sonach in Formel (10) stets $\gamma \cdot (d\alpha/d\tau) > 0$. Über das Vorzeichen des Wertes $d\gamma/d\tau$ entscheidet daher das Vorzeichen und eventuell die Größe von $d\delta/d\tau$. Nun gelingt es allerdings im allgemeinen und auch für den vorliegenden Fall nicht, das Dekrement δ als Funktion der geometrischen Konstanten und somit der Periode des Resonators analytisch zu berechnen; aber es ist möglich, den Sinn dieser Abhängigkeit und demnach das Vorzeichen von $d\delta/d\tau$ für die hier in Betracht kommenden Verhältnisse und andere einfache Fälle mit einiger Wahrscheinlichkeit vorauszusehen. Wenn nämlich die von den einzelnen Punkten des Erregers (Resonators) ausgehenden Elementarwellen einander in allen Punkten des umgebenden Raumes vernichten, so wird überhaupt keine Strahlung stattfinden und $\delta = 0$ und unabhängig von der Periode sein.¹⁾ Dies wäre der Fall, wenn der Resonator aus zwei unmittelbar nebeneinander gelegten parallelen Drähten bestünde, deren Abstand also gegen die Wellenlänge vollständig zu vernachlässigen wäre, da hier entsprechende Punkte der Drähte stets in entgegengesetzten Phasen schwingen. Ein solcher Resonator würde übrigens auch keine zugestrahlte Energie aufzunehmen vermögen. Zieht man nun die wirklich vorkommenden Fälle in Betracht, also z. B. Resonatoren aus parallelen, in endlichem Abstände befindlichen Drähten wie in den folgenden Experimenten, so ergibt sich leicht, daß die Strahlung für eine gegebene Schwingungsdauer um so größer sein muß, je größer der Abstand der Drähte, und für einen gegebenen Abstand d der Drähte um so größer, je kürzer die Wellenlänge und daher die Periode τ ist. Für unseren Fall

1) Vgl. H. Poincaré, Les oscillations électriques p. 100. § 51. Paris 1894.

eines Paralleldrahtresonators von konstantem d und durch eine Brücke veränderlicher Länge folgt demnach, daß

$$(11) \quad \frac{d\delta}{d\tau} < 0$$

sein muß. Für unseren Fall ist also stets

$$\frac{d\delta}{d\tau} - \gamma \frac{d\alpha}{d\tau} < 0$$

und nach Gleichung (10) daher auch stets

$$(10a) \quad \frac{d\gamma}{d\tau} < 0.$$

Da wir aber (Gleichung (8)) fanden, daß stets $dn/d\gamma > 0$, so ergibt sich das Resultat, daß im Falle unserer Versuche das Verhältnis n der Dämpfungskonstanten mit abnehmender Schwingungsdauer wachsen muß.¹⁾

Eine Anwendung der voranstehenden Betrachtungen auf den Leuchtprozeß ist naheliegend. Betrachtet man die strahlenden Elementarkomplexe leuchtender Dämpfe unter dem Bilde äußerst kleiner Hertzscher Erreger oder Gruppen von solchen²⁾ und wünscht hierbei der überraschend kleinen Dämpfung des ausgesendeten Lichtes Rechnung zu tragen, wie sie sich aus den Versuchen über Interferenzen mit sehr hohen Gangunterschieden ergibt, so wird man genötigt sein, die Dimensionen dieser Erreger wenigstens nach einer Richtung hin als sehr klein gegen die ausgestrahlte Wellenlänge anzunehmen.

Bei etwaigem anomalen Verhalten eines der beiden Metalle innerhalb eines bestimmten Wellenlängenbezirkes sollen Anomalien der Dekremente δ nach den früheren Auseinandersetzungen für ausgeschlossen gelten. Eine sprunghafte Vergrößerung (Verkleinerung) von α' hätte nach Gleichung (7) eine ähnliche Wirkung wie eine anomale Verkleinerung (Vergröße-

1) Da Drude (Ann. d. Phys. 9 p. 331 u. 609. 1902) findet, daß die halbe Eigenwellenlänge ($\lambda/2$) eines nahezu zum Kreise gebogenen dünnen Drahtes um 6,5 Proz. größer als die Drahtlänge l ist, so folgt daraus — innerhalb der Grenzen der Gältigkeit von Drudes Regel — die Unabhängigkeit des Verhältnisses λ/l von der Periode. Es sind demnach die geometrischen Verhältnisse, die die Strahlung bedingen, von der Schwingungsdauer unabhängig und man darf daher vermuten, daß für kreisförmige Oszillatoren $d\delta/d\tau = 0$ ist.

2) Vgl. z. B. H. Ebert, Wied. Ann. 49. p. 651. 1893 u. a.

zung) des Wertes α ; beide müßten sich durch eine vom glatten Verlauf abweichende Gestalt der für n als Funktion der Wellenlänge ermittelten Kurve bemerkbar machen. Die Entscheidung darüber, welche der angenommenen Möglichkeiten vorliegt, könnte dann noch durch den Vergleich mit einem dritten Metall erzielt werden.

Es wurde schon oben erwähnt, daß das *Strahlungsvermögen eines Hertzischen Schwingungskreises* nicht nur durch den Wert seines Dekrementes δ , sondern auch durch seine stoffliche Beschaffenheit bestimmt sei. Diese Behauptung muß nun noch näher begründet werden.

Ein aus Kondensator und Schließungsdraht bestehender Schwingungskreis sei zu Beginn zur Potentialdifferenz B geladen. Der Einfachheit halber seien seine Kapazität und sein Selbstinduktionskoeffizient gleich Eins gesetzt; sein verfügbarer Energievorrat ist demnach B^2 . Ist seine Dämpfungskonstante $\beta = 0$, so ist der Verlauf der elektrischen Energieschwingung

$$\varphi^2 = B^2 \cdot \cos^2 bt.$$

Der ganze Schwingungsvorgang besteht in einer fortgesetzten verlustlosen Verwandlung der elektrischen Energie des Kreises in magnetische Form und umgekehrt. Demnach ist der Verlauf der magnetischen Energieschwingung gegeben durch

$$\psi^2 = B^2 \cdot \sin^2 bt,$$

und daher ist zu jeder Zeit die elektromagnetische Gesamtenergie des Erregers konstant, nämlich

$$\varphi^2 + \psi^2 = B^2.$$

Ist hingegen die Schwingung gedämpft, so lauten die entsprechenden Gleichungen für die elektrische Energie:

$$(12) \quad \varphi^2 = B^2 \cdot e^{-2\beta t} \cos^2 bt,$$

für die magnetische Energie:

$$(12a) \quad \psi^2 = B^2 \cdot e^{-2\beta t} \sin^2 bt.$$

Hieraus ergibt sich der zeitliche Verlauf der elektromagnetischen Gesamtenergie U des Oszillators

$$(13) \quad U = \varphi^2 + \psi^2 = B^2 \cdot e^{-2\beta t}.$$

Nach genügend langer Zeit ($t = \infty$) ist der ganze Energievorrat $U_0 = B^2$ einesteils in den Schwingungskreis eingedrungen und dort in Wärme verwandelt (u_∞), anderenteils ins umgebende Medium ausgestrahlt worden (v_∞), so daß nach dem Energieprinzip die Beziehung bestehen muß:

$$(14) \quad u_\infty + v_\infty = U_0 = B^2.$$

Um nun u_∞ und v_∞ zu berechnen, soll die naheliegende und wohl sicher zutreffende Annahme gemacht werden, daß sowohl die im Zeitelement dt vom Kreise aufgenommene als auch die ins umgebende Medium ausgestrahlte Energie dem in dem betreffenden Augenblicke noch vorhandenen Vorrat an elektromagnetischer Energie U proportional sei, d. h.

$$(15) \quad \frac{\partial u}{\partial t} \cdot dt = \kappa \cdot U \cdot dt; \quad \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dt = \rho \cdot U \cdot dt.$$

Die Integration dieser Gleichungen ergibt

$$(16a) \quad u = \kappa \cdot B^2 \cdot \int e^{-2\beta t} \cdot dt = -\frac{\kappa}{2\beta} \cdot B^2 \cdot e^{-2\beta t} + C,$$

$$(17a) \quad v = \rho \cdot B^2 \cdot \int e^{-2\beta t} \cdot dt = -\frac{\rho}{2\beta} \cdot B^2 \cdot e^{-2\beta t} + D.$$

Aus der Anfangsbedingung, daß für $t=0$ auch $u=v=0$ sein müssen, ergeben sich die Werte der Integrationskonstanten

$$C = \frac{\kappa}{2\beta} \cdot B^2; \quad D = \frac{\rho}{2\beta} \cdot B^2$$

und demnach

$$(16b) \quad u = \frac{\kappa}{2\beta} \cdot B^2 \cdot (1 - e^{-2\beta t}),$$

$$(17b) \quad v = \frac{\rho}{2\beta} \cdot B^2 \cdot (1 - e^{-2\beta t}).$$

Für $t = \infty$ folgt daraus

$$(16) \quad u_\infty = \frac{\kappa}{2\beta} \cdot B^2 = C,$$

$$(17) \quad v_\infty = \frac{\rho}{2\beta} \cdot B^2 = D.$$

Die Werte aus Gleichung (16) und (17) in Gleichung (14) eingesetzt, ergeben

$$(14a) \quad u_\infty + v_\infty = \frac{\kappa + \rho}{2\beta} \cdot B^2 = B^2.$$

Es muß demnach sein:

$$(18) \quad \frac{x + \rho}{2\beta} = \frac{x + \rho}{2(\alpha + \delta)} = 1.$$

Die einfachste Annahme, durch die diese Bedingung erfüllt wird, ist

$$x = 2\alpha; \quad \rho = 2\delta;$$

also

$$u_{\infty} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot B^2; \quad v_{\infty} = \frac{\delta}{\beta} \cdot B^2.$$

Hieraus folgt unmittelbar

$$\frac{u_{\infty}}{v_{\infty}} = \frac{\alpha}{\delta}.$$

Nennt man nun *Strahlungsvermögen S des Erregers* das Verhältnis der gesamten Ausstrahlung zum anfänglichen Energievorrat, sein *Absorptionsvermögen A* das Verhältnis der ganzen eingedrungenen Energie zum Anfangsvorrat, so folgt:

$$(19) \quad S = \frac{v_{\infty}}{U_0} = \frac{\delta}{\beta} = \frac{\delta}{\alpha + \delta},$$

$$(20) \quad A = \frac{u_{\infty}}{U_0} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\alpha + \delta}.$$

Aus Gleichung (19) ergibt sich somit die Richtigkeit der aufgestellten Behauptung, daß das *Strahlungsvermögen des Hertz'schen Erregers* (Resonators) nicht nur vom Dekrement δ , sondern auch vom *Material abhängt*, dessen Einfluß durch das im Nenner auftretende Joulesche Dekrement α zum Ausdrucke kommt. Analoges gilt vom *Absorptionsvermögen* nach Gleichung (20).

Es muß sich demnach in der Stärke der Strahlung die *materielle Natur des Hertz'schen Schwingungskreises* und ein eventuell *anomalies Verhalten der Materialkonstanten α* verraten.

Das *Verhältnis der Strahlungsvermögen* zweier gleichgebauter Erreger aus verschiedenem Material ist nach Gleichung (19) und Gleichung (7)

$$(21) \quad \frac{S}{S'} = \frac{\alpha' + \delta}{\alpha + \delta} = n.$$

Das *Verhältnis der Elektrometerausschläge* bei der von Bjerkes (l. c.) und mir verwendeten Versuchsanordnung ergibt somit auch das *Verhältnis der hier als Strahlungsvermögen bezeichneten Größen* für die betreffenden Leiterformen.

Kann man δ gegen α und α' vernachlässigen, so wird Gleichung (21) mit Rücksicht auf Gleichung (6)

$$(22) \quad \frac{S}{S'} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}} = \nu,$$

also unabhängig von der Schwingungsdauer. Sind hingegen die Hertzschen Dekremente der beiden Erreger nicht dieselben, so wird

$$\frac{S}{S'} = \frac{\delta}{\delta'} \cdot \frac{\alpha' + \delta'}{\alpha + \delta};$$

sind wieder δ und δ' klein gegen α und α' , so folgt

$$(22a) \quad \frac{S}{S'} = \frac{\delta}{\delta'} \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}}.$$

Je mehr also das Verhältnis δ/δ' sich der Einheit nähert, desto mehr nähert sich das Gesetz für das Verhältnis der Strahlungsvermögen auch in diesem Falle dem oben angegebenen.

Das durch Gleichung (22) ausgedrückte Resultat, wonach die Strahlungsvermögen zweier Erreger (unter den dort gemachten Annahmen über δ) im *reziproken* Verhältnisse der Quadratwurzeln aus den spezifischen Widerständen stehen, scheint auf den ersten Blick dem aus Maxwells Theorie folgenden¹⁾ und von E. Hagen und H. Rubens²⁾ experimentell bestätigten Resultate zu widersprechen, daß die Emissionsvermögen zweier Metalle für dieselbe Temperatur und Wellenlänge im *direkten* Verhältnisse dieser Quadratwurzeln stehen. Der Widerspruch ist aber nur ein scheinbarer und möge zur Vermeidung von Mißverständnissen kurz aufgeklärt werden. Das hier betrachtete Strahlungsvermögen eines Erregers und das Emissionsvermögen bei Hagen und Rubens sind Größen, die ganz verschiedenen physikalischen Vorgängen entsprechen. Hagen und Rubens bestimmen das Emissionsvermögen bekanntlich nach zwei verschiedenen Methoden: *erstens* indem die Intensität der Strahlung von bestimmter Wellenlänge, die von verschiedenen gleichtemperierten Metallflächen ausgeht, direkt gemessen wird, *zweitens* indem der Intensitätsverlust

1) P. Drude, Physik d. Äthers p. 574. 1894; E. Cohn, Das elektromagnetische Feld p. 444. 1900; M. Planck, Berl. Akad. p. 278. 1908.

2) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 11, p. 373. 1903.

bestimmt wird, den die von einer Lichtquelle von bekannter Intensität ausgehende Strahlung von bestimmter Periode bei der nahezu senkrechten Reflexion an verschiedenen Metallspiegeln erleidet. Ist U die auf den Spiegel einfallende, r die reflektierte Energie, so ist $U - r$ der bei der Reflexion ins Metall eingedrungene Teil oder, wenn $U = 100$ gesetzt und der reflektierte Teil \mathfrak{R} in Prozenten der einfallenden Strahlung gemessen wird, so ist der eingedrungene Teil in Prozenten der einfallenden Intensität $100 - \mathfrak{R}$; ebensogroß muß nach dem Kirchhoffschen Gesetze das Emissionsvermögen des Spiegels für die betreffende Temperatur und Wellenlänge sein. Voraussetzung der *ersten* Methode ist eine hinreichende Dicke der strahlenden Schicht; sie könnte mit elektromagnetischen Erregern in der Weise nachgeahmt werden, daß man eine sehr große Zahl gleicher Schwingungskreise aus demselben Material (I) raumgitterartig verteilt, genau ebenso mit Erregern aus anderem Metall (II) verfährt, alle gleich stark erregt und die Intensitäten der von diesen beiden Aggregaten ausgesandten Strahlungen miteinander vergleicht.

Die *zweite* Methode läßt sich schon mit einem einzigen Erreger verwirklichen und entspricht folgendem Vorgange: Die Fortleitung elektromagnetischer Wellen an Drähten und ihr Eindringen in dieselben kann man als die fortgesetzte Brechung eines streifend auf die Drahtoberfläche einfallenden Wellenzuges betrachten.¹⁾ Der Vorgang im Erreger selbst ist von ganz derselben Natur, nur daß die Wellen, statt an einer unendlich langen Leitung fortzueilen, zwischen den Enden des Erregers beständig hin- und hergeworfen werden. Von der in einem bestimmten Augenblicke noch vorhandenen elektromagnetischen Energie U dringt im nächsten Zeiteilchen dt ein bestimmter Betrag du in den Draht ein (wo er in Wärme verwandelt wird). Der um diesen Betrag verminderte Wert von U , also

$$U - \frac{\partial u}{\partial t} dt = r$$

kann als die Intensität der bei streifender Inzidenz reflektierten Strahlung betrachtet werden, die nun im weiteren Gange der

1) Vgl. wegen der einschlägigen Literatur etwa: v. Geitler, Elektromagnetische Schwingungen und Wellen, p. 142. Braunschweig 1905.

Ereignisse teils in den Draht eindringt, teils durch Abschneiden von Kraftlinien in den Raum gestrahlt wird. Es ist demnach $U - r$ oder, in Prozenten der einfallenden Menge U ausgedrückt,

$$100 \left(1 - \frac{r}{U}\right) = 100 - \mathfrak{R}$$

der eingedrungene Teil der Strahlung; ebensogroß ist nach dem Kirchhoffschen Satze, der ja allgemeine Gültigkeit hat, das *Emissionsvermögen des Metalles* für die betreffende Wellenlänge.

Nach den Gleichungen (13) und den folgenden oben abgeleiteten Beziehungen ist nun

$$U - r = \frac{\partial u}{\partial t} \cdot dt = 2\alpha \cdot B^2 \cdot e^{-2\beta t} dt$$

und demnach

$$(23) \quad 100 - \mathfrak{R} = 200 \cdot \alpha \cdot dt.$$

Für einen Erreger aus anderem Metalle folgt

$$(23a) \quad 100 - \mathfrak{R}' = 200 \cdot \alpha' \cdot dt$$

und daher für *das Verhältnis der Emissionsvermögen E und E' der Metalle* für die betreffende Wellenlänge und Temperatur mit Rücksicht auf Gleichung (6)

$$(24) \quad \frac{E}{E'} = \frac{100 - \mathfrak{R}}{100 - \mathfrak{R}'} = \frac{\alpha}{\alpha'} = \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma'}}$$

also in Übereinstimmung mit den Forderungen der Maxwell'schen Theorie die von Hagen und Rubens experimentell gefundene Beziehung.

Während sich also der Ablauf der Schwingungen innerhalb des Erregers selbst in jedem Augenblicke nach dem Hagen-Rubens'schen Gesetze regelt, gilt für das Strahlungsvermögen des ganzen Erregers in den umgebenden Raum die von mir aufgestellte Beziehung.

II. Experimenteller Teil.

Bei allen Versuchen bestand der Primärkreis aus einem Drahtrechtecke; in die eine kurze Rechteckseite war ein Plattenluftkondensator von veränderlicher Kapazität, in die andere eine Funkenstrecke eingeschaltet, von der Drähte zu einem Ruhmkorff'schen Induktionsapparat führten. Die Funken-

strecke bestand entweder aus zwei Messing- oder Zinkkugeln von 4 cm Durchmesser und wurde mit und ohne Durchblasen eines Luftstromes benützt, oder aus Messingkugeln von 7 mm Durchmesser unter Petroleum. Eine befriedigende Konstanz der Funkenwirksamkeit war auf keine Weise zu erzielen. Die Verwendung des Petroleumbades macht zwar die Funken sehr wirksam¹⁾ und der Zufall fügt es auch manchmal, daß sie während einiger Zeit ziemlich konstant bleiben; die sehr starke Korrosion des Elektrodenmaterials verändert aber meist in kurzer Zeit die Länge der Funkenstrecke und somit auch die Intensität der primären Schwingung.

Als Material für die Resonatordrähte verwendete ich Kupfer, Zink und Neusilber. Der Durchmesser der Drähte wird an entsprechender Stelle vermerkt werden. Die Resonatoren waren von dem schon in früheren Arbeiten zuerst von mir verwendeten Typus, der sich ja auch bei späteren Untersuchungen²⁾ als sehr geeignet zu Wellenlängenmessungen erwiesen hat. Die Abstimmung der Resonatoren auf den Primärkreis erfolgte durch Verschieben einer Brücke; als solche empfiehlt es sich, statt eines Drahtes einen Blechstreifen des betreffenden Metalles zu verwenden.³⁾

Die Messung der Resonatorschwingungen erfolgte fast durchweg nach dem Vorgange von Bjerknes mit Hilfe eines Hertzschen Elektrometers, dessen Platten mit den offenen Drahtenden des Resonators durch kleine Quecksilbernapfe derart verbunden waren, daß die erforderlichen Handhabungen am Resonator ohne mechanische Erschütterungen des auf einem isolierten Pfeiler des Institutes aufgestellten Instrumentes erfolgen konnten. Die weiterhin mitgeteilten Experimente sind alle mit dem Elektrometer ausgeführt.

Die Aufstellung war meist wie in Fig. 1 derart getroffen, daß sich das Elektrometer *E* oberhalb der primären Funken-

1) E. Sarasin u. de la Rive, Arch. des scienc. phys. et nat. 28. p. 306. 1892; vgl. auch H. Bauernberger, Wiener Sitzungsber. 102. p. 782. 1893.

2) Vgl. z. B. F. Kiebitz, Ann. d. Phys. 5. p. 872. 1901; P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 611. 1902.

3) Hierüber und über die Bedenken gegen die Anwendung von Thermoelementen vgl. die Originalabhandlung.

strecke f befand. Die Entfernung der horizontalen Ebenen des primären und sekundären Kreises voneinander betrug ca. 30 cm und mehr. Die Koppelung war daher gering, wie sich auch aus der Schärfe der Resonanzmaxima erkennen ließ. Allerdings dürfte die verschiedene Stärke der Koppelung, die

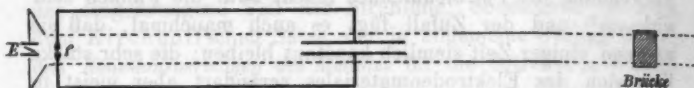


Fig. 1.

sich bei gegebenem Abstände der beiden Schwingungskreise, aber verschiedener Wellenlänge und verschiedenem Resonatormaterial ergibt, eine Fehlerquelle bedeuten. Aber die Dimensionen des Experimentierraumes verursachen wohl in jedem Falle durch Reflexionen an den Wänden Fehler derselben Größe, die sich nicht vermeiden lassen.

Der Vergleich der einzelnen Resonatoren wurde in der Weise vorgenommen, daß sie möglichst rasch gegeneinander ausgewechselt und die Elektrometerausschläge abgelesen wurden. Der Inkonstanz der Funken wurde durch wiederholte abwechselnde Beobachtungen und Mittelnehmen aus den Ablesungen Rechnung getragen, da sich die gleichzeitige Beobachtung symmetrisch angeordneter Resonatoren aus verschiedenem Metall als unzweckmäßig erwiesen hatte.

Durch die Nähe der Holzleisten, die zum Spannen der Drähte dienten, wurde jedenfalls die Lage des Resonanzmaximums gegenüber freigespannten Drähten nach Drudes Untersuchungen ein wenig verändert. Da es aber nicht auf absolute Messungen der Wellenlängen, sondern nur auf den Vergleich verschiedener Metalle bei derselben Wellenlänge ankam, so ist dieser Umstand ohne Einfluß auf das Resultat da für möglichste geometrische Gleichheit der einzelnen Resonatoren gesorgt war.

Die nachstehende Fig. 2 gibt das Resultat von Messungen wieder, die an Kupfer-(0,99 mm) und Neusilberdrähten (1,015 mm) angestellt sind. Die Distanz der Resonatordrähte war 12 cm. Als Abszissen sind die Entfernungen der Brücke vom Elektrometer (etwa gleich $\lambda/4$) in Zentimetern aufgetragen. Die

Ordinaten stellen das Verhältnis n der Elektrometerschläge für $\frac{\text{Neusilber}}{\text{Kupfer}}$ für die betreffende Wellenlänge dar. Die beobachteten Punkte sind bezeichnet, die beigefügten Zahlen bedeuten die Anzahl von Einzelbeobachtungen, aus denen der betreffende Punkt berechnet wurde. Bei Resonatorlängen unter 120 cm waren die primären Funken (in Luft) so unregelmäßig und die Elektrometerschläge so klein, daß verlässliche Resultate nicht zu erzielen waren.

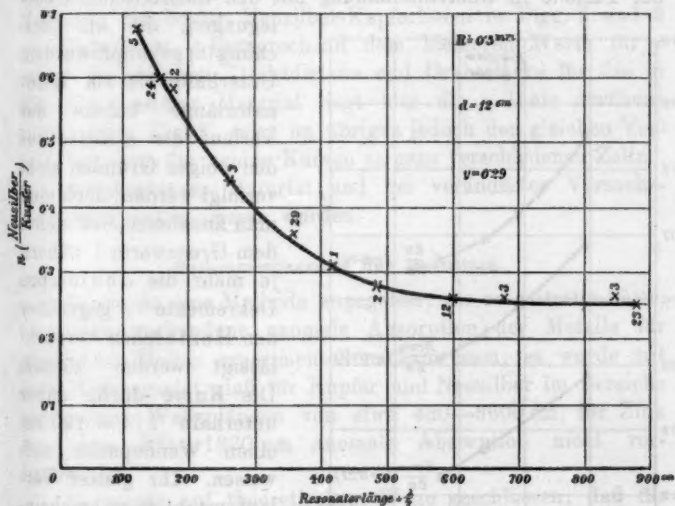


Fig. 2.

Die Figur läßt deutlich erkennen, daß das Verhältnis n der Ausschläge $\frac{\text{Neusilber}}{\text{Kupfer}}$ für Resonator(Viertelwellen-)längen zwischen 900 und 600 cm schon nahezu konstant ist. Der Wert dieses Verhältnisses 0,26 steht in befriedigender Übereinstimmung mit dem Werte von

$$v = \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}} = 0,29 \text{ (vgl. Gl. (6)).}$$

Bei Resonatorlängen, die größer als 600 cm sind, befinden wir uns unter den geschilderten Versuchsbedingungen schon in

jenem Gebiete, wo die Hertzschens Dekremente δ gegenüber den Jouleschen Dekrementen α vernachlässigt werden können. Hier nimmt also n den theoretischen konstanten Grenzwert ν an und nach Gleichung (22) ist demnach für Paralleldrahtresonatoren verschiedenen Materials von der verwendeten Gestalt das Verhältnis der Strahlungsvermögen für gleiche Wellenlängen konstant, sobald die Resonatorlänge 600 cm übersteigt.

Unterhalb 600 cm wächst der Wert von n mit abnehmender Periode in Übereinstimmung mit den theoretischen Über-

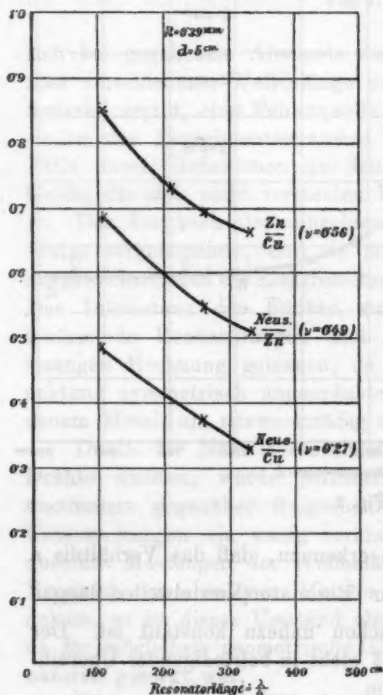


Fig. 3.

(beide beobachtet), sowie für $\frac{\text{Neusilber}}{\text{Zink}}$ (aus den beiden ersteren Kurven berechnet) für Viertelwellenlängen von etwa 100 bis

legungen, die an Gleichung (8) geknüpft wurden. Unterhalb 120 cm Resonatorlänge konnte der Verlauf der n -Kurve aus den obigen Gründen nicht verfolgt werden; doch muß man annehmen, daß sich n dem Grenzwerte 1 nähert, je mehr die Jouleschen Dekremente gegenüber den Hertzschens vernachlässigt werden können. Die Kurve dürfte daher unterhalb $\lambda/4 = 120$ cm einen Wendepunkt aufweisen. Ihr glatter Verlauf macht es wahrscheinlich, daß innerhalb der beobachteten Grenzen weder Kupfer noch Neusilber Anomalien der Absorption aufweisen.

In der nebenstehenden Fig. 3 sei noch der Verlauf der n -Kurven für $\frac{\text{Zink}}{\text{Kupfer}}$ und $\frac{\text{Neusilber}}{\text{Kupfer}}$

330 cm zur Anschauung gebracht. Die betreffenden Versuche wurden mit genau gleichen Drähten von 0,78 mm Durchmesser und 5 cm Abstand angestellt. Die erregenden Funken sprangen unter Petroleum über. Die Resonatorebene lag 30 cm über der Ebene des Erregers. Der mir bei diesen Versuchen zur Verfügung stehende Raum gestattete leider nicht, mit größeren als den angegebenen Wellenlängen zu experimentieren.

Eine nähere Erläuterung dieser Figur erscheint überflüssig. Nur auf die sehr befriedigende Übereinstimmung des Verlaufes der beiden Neusilber-Kupferlinien in Figg. 2 und 3 sei hingewiesen. Entsprechend dem kleineren Werte für ν sowie der kleineren Drahtdistanz und Drahtstärke für das in Fig. 3 verwendete Material liegt hier die n -Linie durchaus tiefer als in Fig. 2, zeigt im übrigen jedoch den gleichen Verlauf, trotzdem die beiden Kurven zu ganz verschiedenen Zeiten, mit verschiedenem Material und bei veränderter Versuchsanordnung aufgenommen wurden.

Zusammenfassung der Resultate.

Es wurde eine Methode angegeben, die es gestattet hätte, eine etwa vorhandene anomale Absorption der Metalle für elektrische Wellen experimentell nachzuweisen; es wurde mit ihrer Hilfe gezeigt, daß für Kupfer und Neusilber im Bereiche der ganzen Wellenlängen von etwa 400—3600 cm, für Zink von etwa 400—1320 cm anomale Absorption nicht vorhanden ist.

Es wurde auf theoretischem Wege geschlossen, daß für kongruente Paralleldrahtresonatoren aus verschiedenem Metall das Verhältnis n der Elektrometerausschläge (gleich dem reziproken Verhältnisse der Dämpfungskonstanten) mit abnehmender Schwingungsdauer wachsen muß (wenn als Zähler des Verhältnisses stets der Ausschlag für das Metall mit dem größeren spezifischen Leitungswiderstand gewählt wird); dieser Schluß wurde auf experimentellem Wege bestätigt.

Es wurde nachgewiesen, daß dieses Verhältnis n gleich dem Verhältnisse der Strahlungsvermögen der beiden Resonatoren (Erreger) ist.

Es wurde theoretisch abgeleitet, daß sich der Ablauf der Schwingungen innerhalb eines schwingenden Systems in jedem

Augenblicke nach dem Hagen-Rubensschen Gesetze regelt, wonach das Verhältniß der Emissionsvermögen zweier Metalle für eine bestimmte Wellenlänge und Temperatur gleich dem *direkten* Verhältnisse der Quadratwurzeln ihrer spezifischen elektrischen Widerstände ist; daß hingegen die Strahlungsvermögen zweier kongruenten Erreger aus verschiedenem Metall, wenn die Hertzschen Dekremente klein gegen die Jouleschen Dekremente sind, im *reziproken* Verhältnisse dieser Quadratwurzeln stehen.

Diese Arbeit wurde im physikalischen Institute der k. k. deutschen Universität in Prag ausgeführt; ich ergreife bei meinem Scheiden von Prag mit Vergnügen die Gelegenheit, um dem Vorstände des genannten Institutes Hrn. Prof. E. Lecher für die mir stets in liebenswürdigster Weise gewährte Benützung der experimentellen Hilfsmittel meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Czernowitz, Physik. Inst. der k. k. Univ., im Nov. 1906.

(Eingegangen 22. November 1906.)

gür
die
Gle
star
auc
star
unt
Der
Abf
We
setz
ist
Kon
hält
nicht
Phil.
p. 64

4. Experimentelle Untersuchung gekoppelter Kondensatorkreise; von C. Fischer.¹⁾

Indizes.

I	bezieht sich auf den Primärkreis	} vor der Koppelung.
II	„ „ „ „ Sekundärkreis	
III	„ „ „ „ dritten mit dem Sekundärkreise	extrem lose gekoppelten Kreis (Empfänger).
III	„ „ „ „ Meßkreis.	
1	„ „ „ „ die Schwingung mit der größeren Wechselzahl.	
2	„ „ „ „ „ „ „ kleineren Wechselzahl.	

Einleitung.

Bei der theoretischen Behandlung der oszillatorischen Vorgänge in Kondensatorkreisen ist bisher meist auch dann, wenn dieselben eine Funkenstrecke enthielten, die Thomsonsche Gleichung angesetzt worden.²⁾ Indem diese von einem konstanten Widerstande des Kreises spricht, setzt sie voraus, daß auch der Funke während des Ablaufes einer Schwingung konstanten Widerstand hat. Wo diese Annahme experimentell untersucht wurde, hat sie sich als unrichtig herausgestellt.³⁾ Dementsprechend liefert der Thomsonsche Ansatz für den Abfall der Amplitude, d. h. für die Dämpfung, unrichtige Werte; er ergibt aber trotz dieser unzulässigen Voraussetzung richtige Resultate für die Wechselzahl, d. h. für diese ist die Art und Größe der Dämpfung ohne merklichen Einfluß.

Wie sich die Verhältnisse gestalten für den Fall, wo zwei Kondensatorkreise, von denen der eine die Funkenstrecke enthält, miteinander gekoppelt sind, soll in dieser Arbeit experi-

1) Auszug aus einer Straßburger Dissertation.

2) Versuche, auf die Veränderlichkeit des Funkenwiderstandes Rücksicht zu nehmen, sind gemacht worden von A. Battelli u. L. Magri, Phil. Mag. 5. p. 634. 1903; A. Heydweiller, Ann. d. Phys. 19. p. 649 ff. 1906.

3) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 13. p. 822. 1904.

mentell untersucht werden. In diesem Fall muß eine experimentelle Untersuchung besonders notwendig erscheinen, denn die hierfür vorliegende Theorie¹⁾ setzt nicht nur, wie der Thomsonsche Ansatz, voraus, daß der Funkenwiderstand während des Ablaufes einer Schwingung konstant ist, sondern sie nimmt auch an, daß der Funkenwiderstand im Primärkreise durch die Koppelung desselben mit einem Sekundärkreise und durch die dadurch bedingte Änderung der Schwingung nicht beeinflußt wird. Daß diese letztere Annahme zutrifft, ist aber nach allem, was man über Funkenwiderstand weiß²⁾, äußerst unwahrscheinlich.

Die experimentelle Anordnung.

a) Zur Untersuchung kamen zwei verschiedene Systeme von gekoppelten Kondensatorkreisen, die während der sämtlichen damit angestellten Versuche möglichst unverändert gelassen wurden. Das *erste* (System *A* genannt) bestand aus zwei beinahe gleichgebauten Kondensatorkreisen von ca. $850 \cdot 10^{-21}$ C.G.S. Kapazität und ca. 22000 cm Selbstinduktion. Das *zweite System* (*B*) sollte etwas mehr den praktischen Verhältnissen in der drahtlosen Telegraphie angepaßt werden. Der Primärkreis hatte dementsprechend große Kapazität ($5290 \cdot 10^{-21}$ C.G.S.) und kleine Selbstinduktion (6230 cm); der Sekundärkreis dagegen hatte kleine Kapazität ($450 \cdot 10^{-21}$ C.G.S.) und große Selbstinduktion (73000 cm). Jedoch, da es unmöglich war, im Laboratorium mit offenen Systemen zu arbeiten, so wurden auch hier geschlossene Kreise verwendet. Obwohl es also nicht gestattet ist, aus den damit gewonnenen Resultaten direkte Schlüsse auf die in der drahtlosen Telegraphie vorliegenden Verhältnisse zu ziehen, so können die Versuche doch als Leitfaden für weitere Versuche mit offenen Systemen dienen.

Im Primärkreise des Systems *B* wurden Kondensatoren mit Platten aus gewöhnlichem Fensterglas, in den übrigen Fällen Flaschen aus englischem Flintglas verwendet. Die

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 512 ff. 1904.

2) Vgl. hauptsächlich G. Rempp, Ann. d. Phys. 17. p. 649 ff. 1905. Eine zusammenfassende Darstellung aller bisher darüber bekannten Resultate findet sich in J. Zenneck, Elektromagnet. Schwingungen und drahtlose Telegraphie p. 375 ff. Stuttgart 1905.

Kugeln der Funkenstrecke im Primärkreise hatten in beiden Systemen einen Durchmesser von 5 cm. (Funkenlänge $FL = 0,6$ bis $0,7$ cm.)

b) Die beiden Kreise jedes Systems waren so gut wie irgend möglich aufeinander abgestimmt, indem nach Einschalten einer Funkenstrecke in jeden der Kreise die Eigenschwingung desselben mit Hilfe eines Meßkondensatorkreises¹⁾ untersucht wurde. Da das logarithmische Dekrement des Meßkreises durch Einschalten eines bekannten Widerstandes²⁾ bestimmt werden konnte, so ergab sich mit Hilfe des letzteren das logarithmische Dekrement b_1 des Primärkreises aus der Resonanzkurve. Das logarithmische Dekrement b_{II} des Sekundärkreises wurde sodann durch Einschalten eines bekannten Widerstandes w ermittelt und zwar an der Hand der Formel³⁾:

$$b_{II} = \frac{\gamma}{\alpha_1 - 1} - \frac{b_1}{2} + \sqrt{\frac{b_1^2}{4} + \frac{\gamma^2 \alpha}{(\alpha_1 - 1)^2}}$$

worin $\gamma = w/n p$, n die Wechselzahl von Primär- und Sekundärkreis, p die Selbstinduktion des letzteren und α bez. α_1 den Ausschlag in dem mit dem Sekundärkreise extrem lose gekoppelten Thermoelementkreise vor bez. nach Einschaltung des Widerstandes w bedeuten.

c) Als Energiequelle diente ein großer Funkeninduktor von 50 cm Schlagweite mit einem Quecksilberturbinenunterbrecher der A. E.-G., der ca. 10 Unterbrechungen pro Sekunde lieferte. Partialfunken wurden peinlich vermieden. In die Hochspannungsleitung des Induktors wurde direkt an der Funkenstrecke ein sehr hoher elektrolytischer Widerstand zur Herstellung größerer Funkenregelmäßigkeit³⁾ eingeschaltet.

1) Über Anordnung von Meßkondensatorkreis und Eichung desselben vgl. J. Zenneck, l. c. p. 606 ff. Hat die Strombahn eine Form, welche der Rechnung nicht zugänglich ist, so kann der Selbstinduktionskoeffizient durch Vergleich mit einer Strombahn, welche der Rechnung zugänglich ist, bestimmt werden.

2) Vgl. J. Zenneck, l. c. p. 624. Die Formel zur Berechnung des Dekrements b_{II} mußte auf die obige Form gebracht werden, da hier nicht wie dort vorausgesetzt ist, daß $b_1 + b_{II}$ bekannt ist, sondern nur b_1 .

3) Über das Einschalten von Widerstand in die Zuleitungen zum Induktor vgl. G. Rempp, l. c. p. 640; J. Zenneck, l. c. p. 582 u. 609. Von wesentlicher Bedeutung für die Funkenregelmäßigkeit war es auch,

d) Der Meßkreis¹⁾ hat im Verlauf der Untersuchungen vier verschiedene Formen angenommen. Zur Messung des Stromeffektes in demselben diente für die ersten Messungen (Dämpfungskurven des Systems A) ein Bolometer mit der Anordnung von Rubens und Paalzow. Der Eisendraht hatte eine Dicke von 0,0025 cm. Die geringen Abweichungen der mit Gleichstrom aufgenommenen Eichkurve von der Proportionalität mit i^2 fanden Berücksichtigung. Zu allen übrigen Messungen wurde ein Thermoelement verwendet in der von H. Brandes²⁾ angegebenen Form, teils wegen seiner Unveränderlichkeit, teils, weil es bei einigen Versuchen wegen seines geringen Widerstandes in den Meßkreis eingeschaltet werden konnte, und dadurch die Empfindlichkeit der Messung bedeutend gesteigert wurde. Geeicht wurde das Thermoelement mit Wechselstrom unter Vergleichung mit dem in denselben Stromkreis eingeschalteten Bolometer. Die Eichkurve ergab sich in dem Bereich der damit gemachten Messungen als proportional i^2 .

Als Galvanometer diente ein sehr gut gedämpftes, durch einen Eisenring geschütztes Wiedemannsches Instrument mit Ringmagnet. Seine Empfindlichkeit wurde im Laufe der Untersuchungen mehrmals geändert zwischen den Grenzen 1,2 und $5,8 \cdot 10^{-7}$ Amp. bei einem Skalenabstand von ca. 2 m. Zwischen Thermoelement und Galvanometer waren zwei Drosselspulen eingeschaltet. Induktor und dessen Zuleitungen wurden so eingerichtet, daß sie das Spiegelgalvanometer nicht beeinflussen. Widrigenfalls kamen die Störungen in Rechnung.

e) Bei mehreren Versuchen war es notwendig, dem Sekundärkreise sowohl, als auch dem Meßkreise künstlich größere Dämpfung durch Einschalten von Widerständen zu geben. Es wurden dazu Graphitwiderstände³⁾ verwendet. Dieselben waren mittels Quecksilbernäpfchen in die Kreise eingeschaltet und deshalb leicht untereinander auszuwechseln. Der durch den Widerstand w hervorgerufene Zuwachs γ des

daß der Widerstand, der in den Primärkreis des Induktors eingeschaltet war, sich nicht erwärmte. Dies wurde durch eine Wasserkühlung erreicht.

1) Vgl. Anm. 1 p. 267.

2) H. Brandes, Physik. Zeitschr. p. 503 ff. 1905.

3) Graphitwiderstände (Zimmermannsbleistifte) wurden bereits verwendet von A. Geissen, Dissert. Straßburg 1905. p. 19.

logarithmischen Dekrements wurde nach der Formel $\gamma = w/n p$ berechnet, wobei n die Wechselzahl und p die Selbstinduktion des Kreises für die betreffende Wechselzahl bedeutet.

Untersuchung von Wechselzahl und Dämpfung.

I. Methode.

Die Methode, Schwingungen gekoppelter Oszillatoren *getrennt* nach der Bjerknesschen Methode zu untersuchen, habe ich bereits früher veröffentlicht.¹⁾ Eine schematische Darstellung des Apparataufbaues gibt Fig. 1.

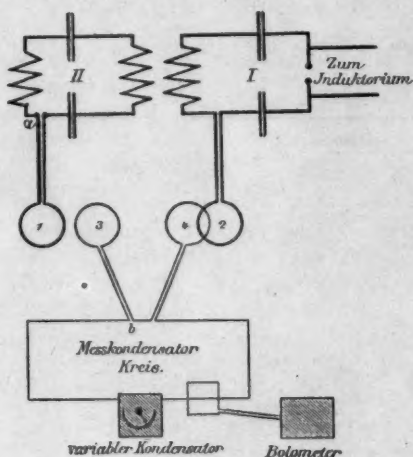


Fig. 1.

II. Resultate.

1. Wechselzahlen.

a) Der Theorie nach sollen die beiden durch Koppelung entstandenen Wechselzahlen n_1 und n_2 zur ursprünglichen Wechselzahl N in der Beziehung²⁾ stehen:

1) Vgl. Ann. d. Phys. 19. p. 182. 1906. Wegen einer Verfeinerung der Methode, die für Messungen bei sehr loser Koppelung von wesentlicher Bedeutung ist, sei auf die Dissertation des Verfassers verwiesen (p. 16).

2) Diese Beziehung ist schon von R. Overbeck, Wied. Ann. 55. p. 627 Gleichung (13) 1895 aufgestellt worden. Über die Gleichungen (1) bis (4) vgl. P. Drude, l. c. p. 545 Gleichung (116).

$$(1) \quad \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} = \frac{2}{N^2},$$

d. h. es soll sich N aus n_1 und n_2 wieder berechnen lassen in der Form:

$$(1a) \quad N = \sqrt{2 \frac{n_1^2 n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}}.$$

b) Die Tab. I¹⁾ enthalten eine experimentelle Prüfung dieser theoretischen Beziehung. Sie zeigen, daß das Gesetz innerhalb der Fehlergrenzen bei kleiner, sowie bei großer Dämpfung der beiden gekoppelten Kreise vollständig richtig ist.²⁾

Tabelle I (erster Teil).

System A. $N_I = 2,32_2 \cdot 10^6/\text{sec}$. $N_{II} = 2,31_3 \cdot 10^6/\text{sec}$.

$$\frac{N_I + N_{II}}{2} = 2,317 \cdot 10^6/\text{sec}. \quad b_m = 0,02_4.$$

$b_1 + b_{II}$	Gemessen		Berechnet ³⁾			
	n_1	n_2	N aus n_1 u. n_2	k' aus n_1	k' aus n_2	k' (Mittel)
0,14_4	$3,27_4 \cdot 10^6/\text{sec}$	$1,89_4 \cdot 10^6/\text{sec}$	$2,31_6 \cdot 10^6/\text{sec}$	0,499	0,497	0,49_8
	3,01_3	1,95_3	2,317	0,408	0,408	0,40_8
	2,82_4	2,01_1	2,317	0,327	0,328	0,327
	2,64_1	2,08_6	2,31_6	0,280	0,284	0,28_2
	2,50_9	2,16_0	2,317	0,147	0,150	0,14_8
	2,48_8	2,20_8	2,32_2	0,096	0,101	0,09_8
	2,40_6	2,25_1	2,32_2	0,068	0,060	0,06_4
	2,37_6	2,26_1	2,31_6	0,048	0,051	0,04_8
	2,36_8	2,26_5	2,32_2	0,042	0,047	0,04_4
	0,27_6 ⁴⁾ *	$3,25_5 \cdot 10^6/\text{sec}$	$1,90_1 \cdot 10^6/\text{sec}$	$2,32_1 \cdot 10^6/\text{sec}$	0,512	0,512
3,24_4		1,90_0	2,32_1	0,509	0,509	0,50_0
2,91_5		1,98_2	2,31_6	0,388	0,380	0,38_1
2,66_8		2,07_8	2,31_6	0,254	0,250	0,25_2
* 2,64_8		2,08_8	2,31_6	0,244	0,244	0,24_4
2,45_8		2,20_0	2,317	0,117	0,116	0,11_6
2,38_4		2,25_0	2,317	0,060	0,058	0,05_8

1) Ausführlichere Tabellen finden sich in der Dissertation.

2) Die verschiedene Genauigkeit der Resultate in beiden Systemen beruht auf den verschiedenen Formen des Meßkreises, wo für beide Systeme derselbe Meßkondensator verwendet werden mußte.

3) Nach den Gleichungen (1a) und (2).

4) Es war dabei $b_I = 0,11_2$, $b_{II} = 0,16_8$. Bei den mit * versehenen Werten war $b_I = \text{cca. } 0,25$, $b_{II} = 0,03_1$.

Tabelle I (zweiter Teil).

System B. $N_I = 1,75_2 \cdot 10^6/\text{sec}$. $N_{II} = 1,75_2 \cdot 10^6/\text{sec}$.

$$\frac{N_I + N_{II}}{2} = 1,75_2 \cdot 10^6/\text{sec}. \quad b_m = 0,08_1.$$

$b_I + b_{II}$	Gemessen		Berechnet			
	n_1	n_2	N aus n_1 u. n_2	k' aus n_1	k' aus n_2	k' (Mittel)
0,18 ₀	2,17 ₀ · 10 ⁶ /sec	1,51 ₂ · 10 ⁶ /sec	1,75 ₂ · 10 ⁶ /sec	0,350	0,348	0,34 ₉
	2,04 ₂ „	1,56 ₀ „	1,75 ₄ „	0,260	0,260	0,26 ₀
	1,92 ₀ „	1,62 ₂ „	1,75 ₂ „	0,171	0,170	0,17 ₀
	1,84 ₂ „	1,67 ₂ „	1,75 ₂ „	0,095	0,100	0,09 ₇
	1,83 ₂ „	1,68 ₂ „	1,75 ₄ „	0,085	0,083	0,08 ₄
	1,80 ₂ „	1,70 ₇ „	1,75 ₄ „	0,055	0,055	0,05 ₅
	1,78 ₀ „	1,71 ₇ „	1,75 ₀ „	0,039	0,042	0,04 ₀
0,38 ₀	2,17 ₀ · 10 ⁶ /sec	1,51 ₁ · 10 ⁶ /sec	1,75 ₁ · 10 ⁶ /sec	0,350	0,348	0,34 ₉
	1,90 ₂ „	1,62 ₂ „	1,75 ₂ „	0,165	0,167	0,15 ₄
	1,84 ₂ „	1,67 ₅ „	1,75 ₂ „	0,096	0,100	0,09 ₂
	1,79 ₂ „	1,70 ₂ „	1,75 ₂ „	0,048	0,061	0,05 ₄

c) Die Theorie liefert aber noch mehr. Gleichung (1) kann unter allen Umständen auf die Form gebracht werden

$$(2) \quad \frac{n_1}{N} = \frac{1}{\sqrt{1-k'}} \quad \text{und} \quad \frac{n_2}{N} = \frac{1}{\sqrt{1+k'}}$$

worin k' einen beliebigen Proportionalitätsfaktor bedeutet.

Für diesen Faktor k' ergibt die Theorie einen ganz bestimmten Wert, nämlich

$$(3a) \quad k' = \sqrt{k^2 - \left(\frac{b_I - b_{II}}{2\pi}\right)^2},$$

worin

$$(3b) \quad k = \sqrt{\frac{p_I^2 p_{II}}{p_I \cdot p_{II}}}$$

den Koppelungskoeffizienten bedeutet. k' ist von k in allen praktischen Fällen und bei nicht sehr loser Koppelung nur unerheblich verschieden.

Die oben festgestellte Tatsache, daß die Beziehung (2) der Form nach richtig ist, legt es nun nahe, den Wert von k' als „Koppelungsgrad“ eben aus den Beziehungen Gleichung (2):

$$(2a) \quad \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{1+k'}{1-k'}}$$

zu definieren.

Der so definierte Koeffizient ist dann jederzeit experimentell bestimmbar.¹⁾ Ob er mit dem von der Theorie geforderten Werte (Gleichung (3a und b)) übereinstimmt, kann dahingestellt bleiben.

d) Die Berechnung von k' gestaltet sich besonders einfach bei einem Meßkreise von konstanter Selbstinduktion. Bedeutet c_1 bez. c_2 die Kapazität des Meßkreises bei Resonanz mit der einen bez. der andern Schwingung, C bei Resonanz mit der Schwingung vor der Koppelung, so gehen die Gleichungen (2) und (1a) über in²⁾

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} k' = 1 - \frac{c_1}{C} \\ \quad = \frac{c_2}{C} - 1 \end{array} \right\} \quad C = \frac{1}{2}(c_1 + c_2).$$

e) Die festeste Koppelung, die mit dem Aufbau A erreicht wurde unter Weglassung der Spulen (1) und (2) (Fig. 1), war $k' = \text{ca. } 0,6$. Mit den Spulen konnte bei Aufbau A die Koppelung nur bis $k' = 0,5$, bei Aufbau B nur bis $0,35$ getrieben werden.

2. Dekremente.

a) Die Theorie verlangt, daß die Dekremente b_1 und b_2 der beiden durch Koppelung entstandenen Schwingungen mit den Dekrementen b_I und b_{II} der beiden Kreise vor der Koppelung in der Beziehung stehen³⁾:

$$(5) \quad b_1 = \frac{b_I + b_{II}}{2} \frac{n_1}{N} \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{b_I + b_{II}}{2} \frac{n_2}{N}.$$

b) Die Figg. 2 und 3 enthalten die Resultate⁴⁾ einer Prüfung dieser theoretischen Beziehung für beide Systeme und zwar 1. bei möglichst geringer Dämpfung in beiden Kreisen jedes Systems und 2. bei künstlich erhöhter Dämpfung derselben. Jedem Punkte der Kurven entspricht eine Resonanz-

1) Eine Tabelle, welche k' als Funktion von n_1/n_2 angibt, findet sich bei J. Zenneck, l. c. p. 1012.

2) Daß die aus den Gleichungen (4) bestimmten Werte für k' immer mehr differieren, je kleiner die Koppelung ist, beruht zum großen Teil auf rechnerischen Gründen.

3) Vgl. P. Drude, l. c. p. 545 Gleichung (119) u. J. Zenneck, l. c. p. 662 Gleichung (4).

4) Wegen der genaueren Daten vgl. Dissertation.

kurve. Jede Resonanzkurve wurde 2—3 mal aufgenommen. Zur Berechnung der Dekremente aus denselben dienten durchweg 9 Sekanten zwischen den Ordinaten 0,9 und 0,5 der reduzierten Kurve.¹⁾

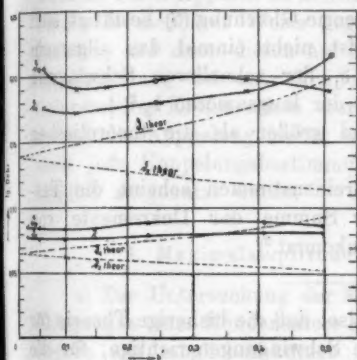


Fig. 2.

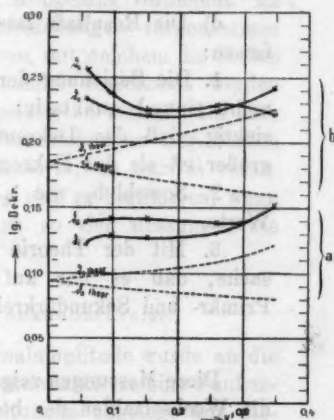


Fig. 3.

System A. $N = 2,317 \cdot 10^6/\text{sec.}$

Fig. 2a. $d_1 = 0,10s$, $d_{II} = 0,03s$, $d_m = 0,02s$, $FL = 0,6 \text{ cm.}$

Fig. 2b. $d_1 = 0,11s$, $d_{II} = 0,16s$, $d_m = 0,02s$, $FL = 0,7 \text{ cm.}$

⊙ d_1): $0,11s + 0,13s$, $d_{II} = 0,03s$

System B. $N = 1,75s \cdot 10^6/\text{sec.}$

Fig. 3a. $d_1 = 0,15s$, $d_{II} = 0,03s$, $d_m = 0,03s$, $FL = 0,68 \text{ cm.}$

Fig. 3b. $d_1 = 0,15s$, $d_{II} = 0,21s$, $d_m = 0,03s$, $FL = 0,68 \text{ cm.}$

c) Es ergab sich, daß verschiedene Punkte derselben Resonanzkurve verschiedene Werte für das Dekrement lieferten. Bei den allermeisten Kurven lieferte der obere Teil größere

1) Vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 121. 1895; G. Rempp, l. c. p. 645.

2) Hierbei war im Gegensatz zu den vorhergehenden Messungen der Primärkreis künstlich gedämpft, der Sekundärkreis dagegen nicht. Es diente dazu derselbe Widerstand, wie vorher, dem das berechnete Dekrement $\delta = 0,13s$ entsprach. Zu beachten ist dabei, daß dann d_1 nicht gleich dem früheren Dekrement vermehrt um $0,13s$ ist (vgl. G. Rempp, l. c. p. 656 (5)).

Werte für das Dekrement als der untere. Einen theoretisch richtigen Verlauf zeigte keine der Kurven. Dieselbe Erscheinung hatte schon G. Rempp¹⁾ bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke beobachtet.

d) Die Resultate lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die Beziehung der Theorie Gleichung (5) bestätigt sich nicht einmal qualitativ: es ist nicht einmal das allgemein richtig, daß das Dekrement b_1 der schnelleren Schwingung größer ist als das Dekrement der langsameren b_2 .²⁾

2. Sowohl b_1 wie b_2 sind größer als die theoretischen Werte.

3. Mit der Theorie übereinzustimmen scheint die Tatsache, daß es nur auf die Summe der Dekremente von Primär- und Sekundärkreis ankommt.³⁾

Diese Messungen zeigen also, daß die bisherige Theorie für die Wechselzahlen der beiden Schwingungen richtige, für die Dekremente dagegen falsche Beziehungen ergibt. Es ist deshalb zu vermuten, daß alle diejenigen Erscheinungen, bei denen das Dekrement eine Rolle spielt, von der bisher vorliegenden Theorie nicht richtig wiedergegeben werden. In allen solchen Fällen muß zum mindesten eine experimentelle Prüfung der Theorie als notwendig erscheinen. Das ist im Folgenden gesehen bezüglich einiger besonders für die Praxis wichtiger Fragen:

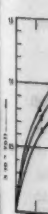
Wie ändert sich mit zunehmender Koppelung des Primär- und Sekundärkreises

1. die Maximalamplitude im Sekundärkreis?
2. der Stromeffekt in ebendemselben?

1) G. Rempp, l. c. p. 644. Die Abweichungen vom eingezeichneten Mittelwert können bis zu 20 Proz. betragen.

2) Wenn dieses Resultat auch für offene Systeme gilt, so ist daraus zu schließen, daß die Dämpfungsverhältnisse in der drahtlosen Telegraphie, wo die schnellere Schwingung verwendet wird (abgesehen von der unter 2. besprochenen Tatsache), relativ günstiger liegen, als es nach der Theorie scheint. Vgl. J. Zenneck, l. c. p. 894.

3) Vgl. Anm. 2 p. 278.



3. der Stromeffect in einem mit dem Sekundärkreise extrem lose gekoppelten dritten Kreise?

Gemeinschaftlich haben diese drei Untersuchungen, daß jeder Messung eine Bestimmung der Koppelung vorangeht. Es lag deshalb nahe, bevor die Untersuchungen vorgenommen wurden, einen Apparat zu konstruieren, mit welchem die beiden Kreise in meßbarer Weise gegeneinander verschoben werden konnten, und dann diesen auf Koppelung zu eichen. Da aber die Koppelung bei sehr kleinen Verschiebungen der beiden untersuchten Kreise schon stark variierte, so war es vorzuziehen, die Koppelung immer wieder neu zu bestimmen, wenn auch jede Koppelungsbestimmung zu so viel Messungen wie möglich ausgenutzt wurde.

I. Maximalamplitude im Sekundärkreise.

a) Zur Untersuchung der Maximalamplitude wurde an die Belegungen eines Kondensators im Sekundärkreise eine Funkenstrecke mit möglichst kurzen Zuleitungen angelegt und dieselbe auf maximale Funkenlänge eingestellt. Die mikrometrisch gemessenen Funkenlängen wurden nach den Kurven von J. Algermissen¹⁾ auf die entsprechenden Spannungen reduziert. Der Radius der Messingkugeln war 1 cm. Durch oftmaliges Abschmirlgen wurden die Kugeln von jeder Vertiefung freigehalten.

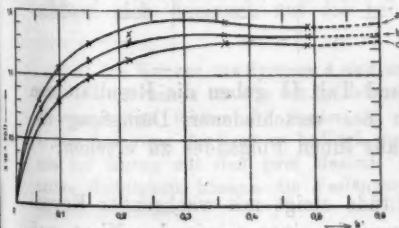


Fig. 4.

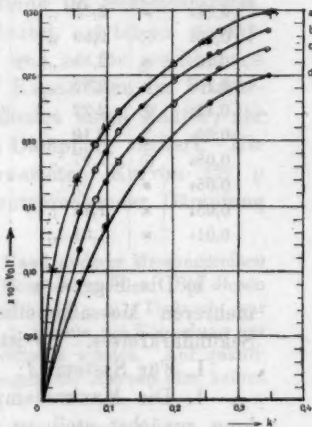


Fig. 5.

1) J. Algermissen, Ann. d. Phys. 19. p. 1016. 1906.

Tabelle II.

System A. $N = 2,317 \cdot 10^6 / \text{sec}$. $b_1 = 0,11_3$. Fig. 4.

k'	Kurve a $b_{II} = 0,11_3$	Kurve b 0,20 ₃	Kurve c 0,29 ₃
0,40 ₀	$1,38 \cdot 10^4$	$1,30 \cdot 10^4$	$1,23 \cdot 10^4$ Volt
0,36 ₂	1,41 "	1,32 "	1,25 " "
0,21 ₅	1,32 "	1,27 "	1,11 " "
0,15 ₃	1,25 "	1,11 "	1,00 " "
0,09 ₃	1,05 "	0,94 "	0,80 " "
0,06 ₃	0,85 "	0,75 "	0,64 " "

System B.) $N = 1,75_3 \cdot 10^6 / \text{sec}$. $b_1 = 0,15_4$. Fig. 5.

k'		Kurve a $b_{II} = 0,03_4 \left\{ \begin{array}{l} \odot \\ \bullet \\ \times \end{array} \right.$	Kurve b 0,10 $\left\{ \begin{array}{l} \odot \\ \bullet \end{array} \right.$	Kurve c $\left\{ \begin{array}{l} 0,21_3 \bullet \\ 0,20 \odot \end{array} \right.$	Kurve d 0,37 ₀ •
0,35 ₅	x	$3,00 \cdot 10^4$	—	—	—
0,34 ₉	•	2,98 "	$2,85 \cdot 10^4$	$2,71 \cdot 10^4$	$2,50 \cdot 10^4$ Volt
0,34 ₇	•	2,97 "	2,84 "	2,70 "	—
0,27 ₁	⊙	2,84 "	2,68 "	2,55 "	—
0,25 ₅	•	2,76 "	2,66 "	2,47 "	2,27 " "
0,24 ₃	x	2,75 "	—	—	—
0,20 ₃	⊙	2,59 "	2,46 "	2,27 "	—
0,16 ₃	x	2,54 " 2)	—	—	—
0,15 ₃	•	2,39 "	2,25 "	2,01 "	1,74 " "
0,11 ₃	⊙	2,22 "	2,07 "	1,84 "	—
0,09 ₃	x	2,10 "	1,92 "	1,68 "	1,35 " "
0,08 ₃	⊙	1,97 "	1,78 "	1,56 "	— " "
0,05 ₃	•	—	1,46 "	1,16 "	0,92 " "
0,05 ₄	x	1,71 "	—	—	—
0,01 ₃	x	1,01 "	—	—	—

b) Die Figg. 4 u. 5 und Tab. II geben die Resultate von mehreren Messungsreihen bei verschiedener Dämpfung des Sekundärkreises. Es ist aus ihnen Folgendes zu ersehen:

I. Für System A:

1. Die Maximalamplitude steigt mit wachsender Koppelung zunächst steil an, erreicht einen maximalen Wert, und

1) Die Zeichen $\odot \bullet \times$ bezeichnen verschiedene Messungsreihen.

2) Erscheint fehlerhaft; deshalb in der Figur weggelassen.

nimmt dann wieder ein wenig ab (um wieder bei noch festerer Koppelung ($k = \text{ca. } 0,6$) ungefähr auf die schon einmal erreichte Höhe anzusteigen).¹⁾

2. Je größer die Dämpfung ist, um so flacher wird das Maximum der Kurve, und bei um so größerer (wenn auch nur wenig größerer) Koppelung wird dasselbe erreicht.

II. Für System B.

Der Anstieg der Maximalamplitude mit wachsender Koppelung ist *et. par.* um so geringer, je größer die Dämpfung des Systems ist. Ein Maximalwert tritt bis zur Koppelung 0,35 nicht auf.

III. Ein Vergleich der Kurven beider Systeme zeigt ferner, daß der Verlauf der Kurve für die Maximalamplitude nicht nur von $b_1 + b_2$, sondern auch von der Beschaffenheit des Systems abhängig ist.

c) Auch der Verlauf dieser Kurven ist bereits theoretisch untersucht worden.²⁾ Die Theorie stellt die Forderung auf, daß

$$\frac{V_{II \text{ max.}}}{V_1} = \rho \cdot A$$

ist, wobei $V_{II \text{ max.}}$ die Maximalamplitude im Sekundärkreise, V_1 die Spannung im Primärkreise bedeutet. A ist im wesentlichen eine Konstante des Aufbaues und ist für geschlossene Kreise nur von dem Verhältnis der Kapazitäten im Primär- und Sekundärkreise abhängig; ρ bedeutet einen Faktor, der < 1 ist, und der mit Koppelung und Dämpfung variiert. Die von Prof. Drude theoretisch ausgewerteten Kurven für ρ müßten sich demnach auf die bei entsprechender Dämpfung

1) Die Kurven des Systems A sind an Hand anderer Messungsreihen über $k = 0,5$ hinaus bis $k = 0,6$ (gestrichelt) ergänzt worden. Bei diesen Messungsreihen fehlten die Spulen (1) und (2) (Fig. 1). Dadurch war 1. eine Änderung des Systems bedingt, und 2. konnte die Koppelung nur aus der Kurve mit den zwei Maximis bestimmt werden. Auf quantitative Richtigkeit können die Verlängerungen der Kurven also keinen Anspruch machen.

2) Vgl. P. Drude, l. c. p. 550 und Physik. Zeitschr. 1904. p. 747, sowie 1905. p. 508. J. Zenneck, Physik. Zeitschr. 1904. p. 588. Nr. 5 und 6; 1905. p. 198. Nr. 4 u. 5. Die von J. Zenneck experimentell gefundenen Zahlenwerte stimmen mit den Kurven meines Systems A überein.

experimentell aufgenommenen Kurven reduzieren lassen. Dies ist aber nach dem unter b) III. Gesagten nicht möglich. Insbesondere zeigt das System *A* zwischen $k' = 0,2$ und $k' = 0,4$ ein Maximum, das in der theoretischen Kurve nicht vorhanden

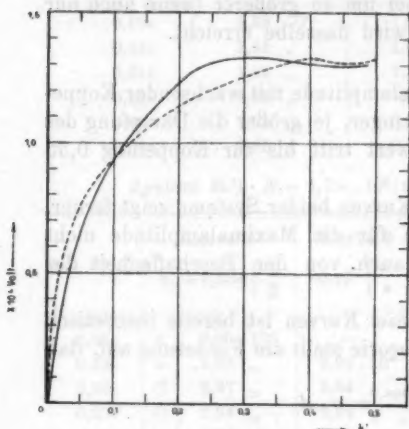


Fig. 6a. $b_1 + b_{II} = 0,3$.

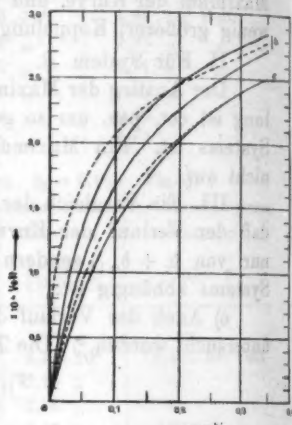


Fig. 6b. $b_1 + b_{II} = 0,3$.
c. $b_1 + b_{II} = 0,5$.

ist (vgl. Fig. 6a). Bei System *B* dagegen ist der Unterschied zwischen der theoretischen (gestrichelt) und der beobachteten (ausgezogen) Kurve ziemlich gering (vgl. Fig. 6b u. c).

II. Stromeffekt im Sekundärkreise.

a) Zur Messung des Stromeffektes im Sekundärkreise wurde ein Thermoelementkreis verwendet, dessen Induktanz groß gegen seinen Widerstand war. Derselbe wurde mit der Spule (1) (Fig. 1) gekoppelt, weil diese bei der Koppelungsänderung des Systems unbeweglich blieb. Eine Induktion von seiten des Primärkreises auf die Spule (1) fand nicht statt. Zur Bestimmung der Koppelung und des Stromeffektes diente dasselbe Thermoelement.¹⁾

1) Über einen, bei den Messungen II und III verwendeten Hilfsapparat (Standardkreis) vgl. Dissertation.

b) Die Figg. 7 u. 8 sowie Tab. III geben die Resultate der Messungen. Jeder Punkt der Kurven ist das Mittel aus 3—6 Werten, die abwechselnd mit den Angaben a des Standardkreises gemessen und in der oben angegebenen Weise reduziert wurden. Zur Kontrolle wurde der qualitative Verlauf einiger der Kurven ohne den

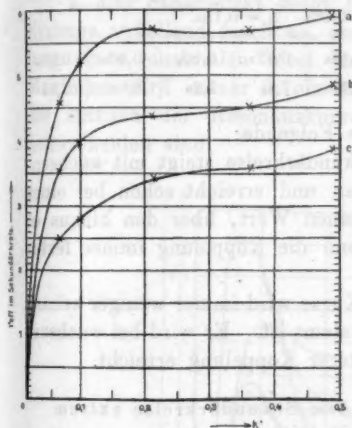


Fig. 7.

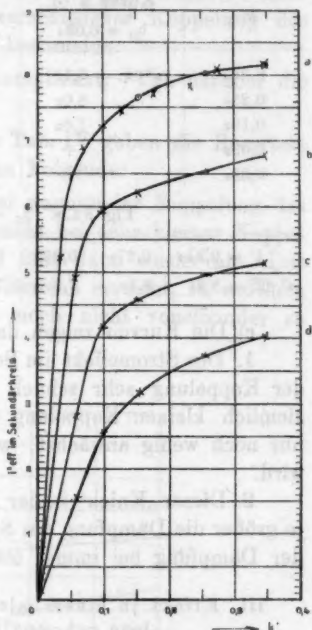


Fig. 8.

Standardkreis unter schätzungsweise bestimmter Koppelung aufgenommen.

Tabelle III.

System A. $N = 2,317 \cdot 10^6 / \text{sec}$. $b_1 = 0,11s$. Fig. 7.

k'	Kurve a ¹⁾ $b_{II} = 0,11s$	Kurve b 0,20s	Kurve c 0,29s
0,49s	$i^2 \text{ eff.} = 5,9s$	4,8s	3,8s
0,36s	5,7s	4,5s	3,5s
0,21s	5,7s	4,3s	3,4s
0,09s	5,1s	3,9s	2,8s
0,06s	4,6s	3,5s	2,5s

1) Für den Verlauf dieser Kurve liefern die Kurven von J. Zenneck (l. c. p. 663, Fig. 540), der die Frage wenigstens an einem Beispiel untersucht hat, bereits richtige Anhaltspunkte.

System B. $N = 1,75 \cdot 10/\text{sec}$. $b_1 = 0,15$. Fig. 8.

k'	Kurve a \odot	Kurve b	Kurve c	Kurve d
	$b_{II} = 0,08$	0,10	0,21	0,37
0,34	$i^2 \text{ eff.} = 8,17$	6,7	5,1	4,0
0,25	8,0	6,5	4,9	3,7
0,15	7,6	6,2	4,5	3,1
0,09	—	5,9	4,1	2,5
0,05	—	4,9	2,8	1,5

Fig. 8 a. \times $b_{II} = 0,08$. $b_I = 0,15$.

$k' = 0,34$	0,27	0,23	0,17	0,12	0,10	0,06	0,03
$i^2 \text{ eff.} = 8,2$	8,1	7,8	7,7	7,4	7,2	6,9	5,2

c) Die Kurven zeigen das Folgende:

1. Der Stromeffect im Sekundärkreise steigt mit wachsender Koppelung sehr schnell an und erreicht schon bei einer ziemlich kleinen Koppelung einen Wert, über den hinaus er nur noch wenig anwächst, wenn die Koppelung immer fester wird.

2. Dieser „Knick“ in der Kurve wird immer weniger scharf, je größer die Dämpfung des Systems ist. Er wird bei wachsender Dämpfung bei immer festerer Koppelung erreicht.

III. Effekt in einem mit dem Sekundärkreise extrem lose gekoppelten dritten Kreise.

a) In der Praxis der drahtlosen Telegraphie besteht die Frage: wie muß das Sendersystem gekoppelt werden, damit in dem in bestimmter Entfernung aufgestellten Empfänger eine maximale Wirkung erzielt wird für den Fall, daß der Empfänger auf eine der beiden Schwingungen des Senders abgestimmt ist?

Die folgenden Messungen sollen dieselbe Frage beantworten für den Fall geschlossener Systeme. Sie sind demnach nur als Analoga zu den in der drahtlosen Telegraphie vorliegenden Verhältnissen aufzufassen. Trotzdem seien die Ausdrücke Sendersystem und Empfänger der Kürze halber gebraucht.

b) Als Sender dienten nacheinander die beiden Systeme A und B, als Empfänger der Meßkreis. Der Sekundärkreis

des Sendersystems induzierte mit Hilfe der Spule (1) (Fig. 1) in extrem loser Koppelung¹⁾ auf den Meßkreis, und die Aufgabe bestand nun darin, bei verschiedener Koppelung des Sendersystems das Maximum zu bestimmen.

c) Die Messung war sehr kompliziert. Vgl. darüber die Dissertation.

d) Die Fig. 9 und 10 sowie Tab. IV geben die Resultate dieser Messungen. Sie zeigen das Folgende:

1. Der Stromeffekt steigt bei wachsender Koppelung des Systems auffallend rasch an, erreicht bei sehr kleiner Koppelung einen maximalen Wert und fällt dann wieder ab. Das Maximum wird immer in einem Bereich erreicht, in welchem die Maxima der Resonanzkurve noch nicht voneinander zu unterscheiden sind.

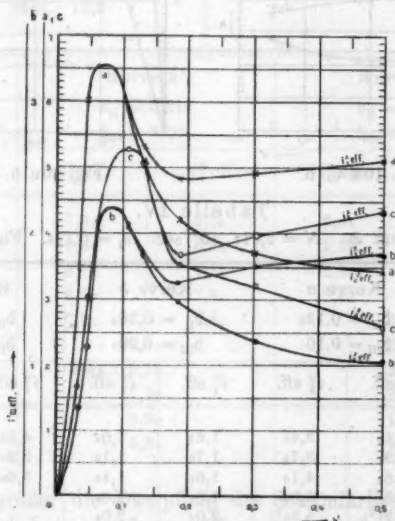


Fig. 9.

1) Ob die Koppelung zwischen Empfänger und Sekundärkreis des Senders dieselbe bleibt bei variierender Koppelung des Sendersystems, ist unwahrscheinlich, da die Selbstinduktion des Sekundärkreises sich höchstwahrscheinlich dabei ändert (vgl. p. 271, Gl. (9b)).

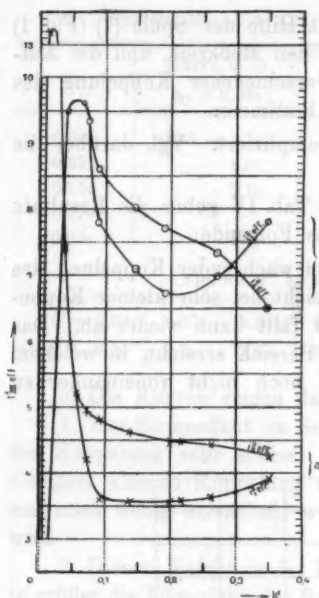


Fig. 10a u. b.

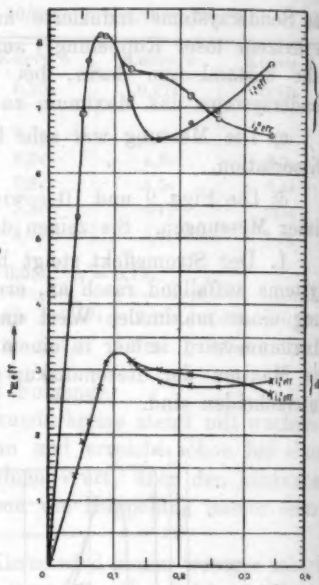


Fig. 10c u. d.

Tabelle IV.

System A. $N = 2,317 \cdot 10^6/\text{sec}$. $b_1 = 0,11s$. Fig. 9.

k'	Kurve a		Kurve b		Kurve c ¹⁾			
	$b_{II} = 0,18s$ $b_{III} = 0,10$	i_1^2 eff.	i_2^2 eff.	$b_{II} = 0,20s$ $b_{III} = 0,20s$	i_1^2 eff.	i_2^2 eff.	$b_{II} = 0,29s$ $b_{III} = 0,30s$	i_1^2 eff.
0,50s	5,1s	3,4s	1,8s	1,0s	4,3s	2,5s		
0,30s	4,9s	3,7s	1,7s	1,1s	3,9s	3,2s		
0,18s	4,8s	4,1s	1,6s	1,4s	3,6s	3,5s		
0,13s	5,3s	5,0s	1,8s	1,8s		5,0s		
0,10s	5,2s ²⁾	5,5s ²⁾	2,0s	2,0s		5,2s		
0,06s		6,5s		20,9		4,0s		
0,04s		6,0s		1,5s		2,8s		
0,03s		3,4s		0,8s		1,3s		

1) Bei der Aufnahme dieser Kurven war das Thermoelement in den Meßkreis eingeschaltet (Widerstand = $2,57 \Omega$).

2) Erscheint fehlerhaft; deshalb in der Figur weggelassen.

System B. $N = 1,75 \cdot 10^6 / \text{sec.}$ $b_1 = 0,15$. Fig. 10.

k'	Kurve a		k'	Kurve b ¹⁾	
	$b_{II} = 0,08_4$ $b_{III} = 0,08_1$			$b_{II} = 0,10_0$ $b_{III} = 0,10_4$	
	$i_1^?$ eff.	$i_2^?$ eff.		$i_1^?$ eff.	$i_2^?$ eff.
0,35s	3,9s	4,2s	0,34s	7,8s	6,5s
0,26s	3,6s	4,4s	0,27s	6,9s	7,3s
0,21s	3,5s	4,4s	0,19s	6,7s	7,7s
0,20s	3,5s	4,4s	0,14s	7,1s	8,0s
0,13s	3,5s	4,6s	0,09s	7,8s	8,6s
0,09s	3,6s	4,8s	0,07s		9,3s
0,07s	4,2s	4,9s	0,06s	Max.: 9,6s	
0,05s		5,2s	0,04s	9,5s	
0,03s		7,4s			
0,01s	Max.: 13,2				

k'	Kurve c ¹⁾		Kurve d ¹⁾	
	$b_{II} = 0,21_0$ $b_{III} = 0,20_4$		$b_{II} = 0,37_0$ $b_{III} = 0,30_4$	
	$i_1^?$ eff.	$i_2^?$ eff.	$i_1^?$ eff.	$i_2^?$ eff.
0,34s	7,6s	6,5s	2,8s	2,6s
0,26s	6,9s	6,8s	2,7s	2,8s
0,21s	6,7s	7,1s	2,7s	2,9s
0,17s	6,5s	7,4s	2,8s	3,0s
0,12s	7,1s	7,6s		3,1s
0,08s		8,1s		3,1s
0,08s	Max.: 8,1s			2,7s
0,06s		7,7s		2,1s
0,05s		6,9s		1,8s
0,04s		5,3s		1,4s

2. Je größer die Dämpfung des Sekundärkreises und des Meßkreises ist, bei um so festerer Koppelung wird dieser Maximal-effekt im Meßkreis erreicht.

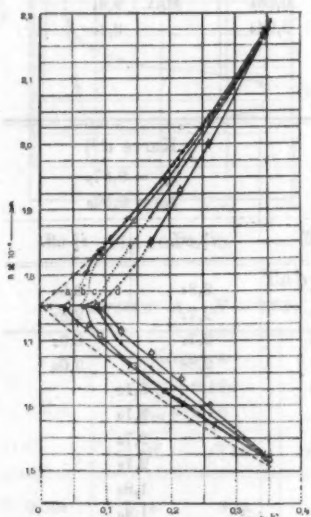
3. Bei System A ist der Stromeffekt der schnelleren Schwingung stets größer als derjenige der langsameren, wenn

1) Vgl. Anm. 1 p. 282.

er überhaupt von demselben verschieden ist. Die Kurven bei System *B* lassen erwarten, daß bei noch stärkerer Koppelung ebenfalls eine bedeutende Überlegenheit der schnelleren über die langsamere Schwingung hervortreten würde.

Da bei einigen Kurven das Thermolement mit in den Meßkreis eingeschaltet war, bei andern nicht, und da ferner die Entfernung der Kreise (1) und (4) (Fig. 1) für die einzelnen Kurven verschieden war, so sind die Kurven bezüglich des Maßstabes für den Effekt nicht untereinander vergleichbar.

e) Es ist ferner interessant, bei einer bestimmten Koppelung des Systems zu untersuchen, welche Wechselzahlen des sogenannten Empfängers den Maximis der Resonanzkurve ent-



System B.

$$N = 1,75 \cdot 10^6 / \text{sec.} \quad b_I = 0,15.$$

$$\text{Kurve } a (\times). \quad b_{II} = 0,08; \quad b_{III} = 0,08.$$

$$\text{Kurve } b (\circ). \quad b_{II} = 0,10; \quad b_{III} = 0,10.$$

$$\text{Kurve } c (\bullet). \quad b_{II} = 0,21; \quad b_{III} = 0,20.$$

$$\text{Kurve } d (\circ). \quad b_{II} = 0,37; \quad b_{III} = 0,30.$$

Fig. 11.

sprechen. Fig. 11 ist das Resultat¹⁾ dieser Untersuchung speziell für System *B*. Ganz analoge Kurven ergeben sich aber auch für System *A*. Aus den Kurven läßt sich Folgendes ersehen:

1. Für eine bestimmte Koppelung nähern sich bei wachsender Dämpfung die beiden Wechselzahlen n_1' und n_2' , bei denen

1) Vgl. Anm. 4 p. 272.

der Stromeffekt ein Maximum ist¹⁾, immer mehr der Wechselzahl N , auf welche die beiden Kreise des Systems abgestimmt sind.

2. Je loser die Koppelung ist, um so mehr trifft dies zu. Bei kleiner werdender Koppelung und großer Dämpfung verliert sich das kleinere der beiden Maxima immer mehr. Es ist dann nur noch ein Maximum vorhanden, das sich immer mehr dem Werte von N nähert.²⁾ Wegen der Flachheit der Resonanzkurven ist in diesem Fall die Bestimmung der entsprechenden Wechselzahl bei größerer Dämpfung nicht genau.

Vergleicht man die Resultate der Messungen I—III miteinander, so ergibt sich das Folgende:

1. Alle Kurven weisen bei einer bestimmten Koppelung ein Maximum bez. einen Knick auf. (Bei Fig. 5 ist für größere Koppelung wohl auch ein Maximum zu erwarten.) Es gibt also in allen drei Fällen einen Koppelungsgrad, über den hinaus zu koppeln von keinem praktischen Interesse sein dürfte.

2. Dieses „praktische Maximum“ wird um so verschwommener, je größer die Dämpfung ist, und es muß bei wachsender Dämpfung die Koppelung immer fester werden, damit dieses praktische Maximum erreicht wird.

3. Haben Primär- und Sekundärkreis konstante Dämpfung, und der lose gekoppelte dritte Kreis (Empfänger) gleiche Dämpfung wie der Sekundärkreis, und variiert man die Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis von $k' = 0$ an aufwärts, so wird zuerst bei loser Koppelung der Stromeffekt im dritten Kreise, wenn dieser auf eine der Schwingungen des Senders abgestimmt ist, sein Maximum erreichen. Bei fester werdender Koppelung sinkt dieser, und der Stromeffekt im Sekundärkreise erreicht sein praktisches Maximum. Bei noch

1) Die ziemlich regelmäßige prozentisch größere Abweichung der n_2' von den aus den getrennten Resonanzkurven berechneten Werten n_2 läßt sich wohl aus der Unsymmetrie der experimentell aufgenommenen Resonanzkurven erklären. Dieselben fallen nämlich fast immer nach der Seite der abnehmenden n bedeutend langsamer ab, als nach der andern Seite.

2) Aus diesem Grunde konnten die Kurven für n_1' nicht vollständig aufgenommen werden.

festerer Koppelung erreicht dann die Maximalamplitude des Sekundärkreises ihr praktisches Maximum.

Diese Arbeit ist im physikalischen Institut der Kaiser-Wilhelms-Universität Straßburg unter Leitung des Hrn. Prof. Dr. Braun und zeitweilig des Hrn. Prof. Dr. Cohn auf Anregung des Hrn. Prof. Dr. Zenneck begonnen und mit freundlicher Unterstützung durch den letzteren, wie durch Hrn. Dr. Mandelstam ausgeführt worden. Den genannten Herren sage ich auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank.

Straßburg i. E., Physik. Institut, Juli 1906.

(Eingegangen 21. November 1906.)

5. *Über die innere Reibung zäher Flüssigkeiten
und ihre Abhängigkeit vom Druck;
von Rudolf Ladenburg.*

(Auszug aus der Münchener Inaugural-Dissertation.)

Einleitung.

Der Widerstand, den ein fester Körper bei seiner Bewegung in einer Flüssigkeit erfährt, setzt sich aus zwei Teilen zusammen: aus der „äußeren“ Reibung zwischen Körper und Flüssigkeit und der „inneren“ Reibung zwischen den Flüssigkeitsteilen selbst. G. G. Stokes¹⁾ hat die Größe dieses Widerstandes für den Fall einer Kugel berechnet, die sich in einer unendlich ausgedehnten viskosen Flüssigkeit mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Ist die äußere Reibung so groß, daß die Kugel die anlagernden Flüssigkeitsteile mit sich zieht, so ist die Bewegung der Kugel durch die innere Reibung allein bestimmt, und Stokes fand in der Tat in diesem Falle aus den hydrodynamischen Grundgleichungen der stationären Bewegung mit Vernachlässigung der Quadrate und Produkte von Geschwindigkeiten für den Widerstand den einfachen Ausdruck²⁾

$$(1) \quad K = 6 \pi k R a,$$

wobei k den Koeffizienten der inneren Reibung der Flüssigkeit, R den Radius und a die Geschwindigkeit der Kugel bedeutet. Unter dem Einfluß der Schwerkraft wird eine Kugel in einer viskosen Flüssigkeit zunächst beschleunigt und erst dann mit konstanter Geschwindigkeit herabfallen, wenn der mit der Geschwindigkeit wachsende Widerstand der wirkenden Kraft gleich geworden ist, d. h. wenn

$$6 \pi k R a = \frac{4}{3} \pi g R^3 (s - s')$$

oder

$$(2) \quad k = \frac{2}{9} \pi g R^2 \frac{s - s'}{a}$$

1) G. G. Stokes, *Cambr. Phil. Trans.* 8. p. 287. 1850; 9. p. 8. 1850; *Math. and Phys. Pap.* 1. p. 41.

2) Vgl. G. Kirchhoff, *Vorl. über Mechanik* (4. Aufl.) p. 378 etc. 1897.

ist (g ist die Erdbeschleunigung, s die Dichte der Kugel, σ die der Flüssigkeit). Diese Gleichung kann man nun offenbar zur Bestimmung der inneren Reibung zäher Flüssigkeiten benutzen¹⁾, und auf diese Weise den Einfluß des Druckes auf die innere Reibung zu bestimmen, war die Aufgabe der vorliegenden Arbeit. Da jedoch die Stokessche Berechnung nur für eine unendlich ausgedehnte Flüssigkeit gilt, die Versuche aber selbstverständlich in begrenzten Gefäßen auszuführen waren, so mußte zunächst die praktische Verwendbarkeit der Stokesschen Methode untersucht werden.

I. Teil. Die Prüfung der Stokesschen Methode.

Infolge ihrer Ableitung gilt die Stokessche Beziehung (Gleichung (2)) nur unter den Bedingungen, daß

1. die Flüssigkeit unendlich ausgedehnt ist,
2. außer der Schwerkraft keine äußeren Kräfte auf Flüssigkeit oder Kugel wirken,
3. die äußere Reibung unendlich groß ist und daß
4. die Fallgeschwindigkeit der Kugel so gering ist, daß ihre höheren Potenzen vernachlässigt werden können, d. h. nach Lord Rayleigh²⁾, daß $a.R.\sigma$ klein ist gegen k , oder mit Benutzung der Gleichung (2), daß³⁾

$$(3) \quad R^3 = \frac{9}{2} \frac{k^2}{g(s - \sigma) \cdot 1000}$$

ist, falls R den kritischen Radius bedeutet, der bis auf 1 Promille dieser Bedingung genügt.

Auf die mehr oder weniger strenge Einhaltung aller dieser Bedingungen ist aber bei den bisherigen Bestimmungen des

1) Andere Methoden für zähe Flüssigkeiten vergleiche: O. E. Meyer, Pogg. Ann. 113. p. 55 u. 385. 1861; M. Margules, Ber. d. Wien. Akad. 83. (2) p. 588. 1881; A. Heydweiller, Wied. Ann. 63. p. 56. 1887; Th. Schwedoff, Journ. de phys. (2) 8. p. 1848. 1889; M. Couette, Ann. chim. et phys. (6) 21. p. 43. 1890; C. Barus, Phil. Mag. (5) 29. p. 352. 1890; W. Voigt, Wied. Ann. 47. p. 671. 1892; K. Brodmann, Wied. Ann. 45. p. 159. 1892; A. Mallock, Proc. Roy. Soc. 50. p. 38. 1896; M. S. Segel, Physik. Zeitschr. 4. p. 493. 1903; R. Reiger, Ann. d. Phys. 19. p. 985. 1906 und Diss. Braunsch. 1901, woselbst weitere Literaturangaben.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 36. p. 354. 1893.

3) E. T. Allen, Phil. Mag. 50. p. 323. 1900.

Reibungskoeffizienten nach Stokes' Methode¹⁾ meist nicht geachtet worden, besonders nicht auf die Bedingung (1) der unendlich ausgedehnten Flüssigkeit, obgleich schon im Jahre 1879 Schöttner²⁾ eine Verzögerung der Kugelgeschwindigkeit beobachtete, als er in sein Gefäß ein engeres Rohr einschob. Eine eingehendere Prüfung des „Stokesschen Gesetzes“ unternahm O. G. Jones, ohne sie aber zu Ende zu führen; in der allein erschienenen vorläufigen Mitteilung³⁾ führt er zwei Zähigkeitsmessungen für Glycerin an, die freilich um 4 bez. 35 Proz. höhere Werte lieferten, als man nach Poiseuilles Methode für Glycerin derselben Temperatur gefunden hat⁴⁾; da er Quecksilberkugeln benutzte, erhob Lord Rayleigh⁵⁾ den Einwand, daß wahrscheinlich Zirkulation innerhalb der Kugeln die Fallgeschwindigkeit beeinflusste.

Auf dem Stokesschen Gesetz basiert ferner J. J. Thomsons⁶⁾ bekannte Bestimmung der Ladung von Gasionen; infolge der geringen Größe der fallenden Nebeltröpfchen können sowohl Bedingung (1) als (4) — die anderen kommen nicht in Frage — als praktisch erfüllt angesehen werden.⁷⁾ Die von Allen⁸⁾ andererseits ausgeführte Untersuchung über das Fallen verschiedener Kugeln in reibenden Flüssigkeiten kommt für das Stokessche Gesetz wenig in Betracht, da bei der Mehrzahl seiner Versuche die Fallgeschwindigkeit so groß ist, daß er den Widerstand nicht mehr der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportional fand.⁹⁾

1) Ältere Versuche über das Fallen von Kugeln in Flüssigkeiten vgl. Gehlers phys. Wörterbuch 10. (2) p. 1774. 1842; ferner K. Pisati, Reale Acc. dei Lincei 272. Beibl. 1. p. 445; P. de Heen, Bull. de l'ac. Roy. Belg. (2) 45. 1878; O. Schieek, Pogg. Ann. 127. p. 424. 1866; vgl. auch die Dissertation des Verf., Leipzig 1906 (J. A. Barth).

2) K. Schöttner, Ber. d. Wien. Akad. 79. (2) p. 477. 1879.

3) O. G. Jones, Phil. Mag. 37. p. 451. 1894.

4) Vgl. K. Schöttner, Ber. d. Wien. Akad. 77 (2). p. 682. 1878.

5) Wie E. T. Allen (l. c.) zitiert.

6) J. J. Thomson, Phil. Mag. 46. p. 528. 1898; 6. p. 346. 1903.

7) Bei diesen Versuchen ist $\alpha R \sigma = 6 \cdot 10^{-8}$, also in der Tat klein gegen $k = 2,10^{-4}$, und das Verhältnis des Abstandes zweier Kugeln zu ihrem Radius ist etwa gleich 100, vgl. Dissertation p. 17.

8) E. T. Allen, l. c. p. 287.

9) Verwendet wurde das Stokessche Gesetz noch von anderen, wie Tamman, Duff und Trouton und Andrews, vgl. Diss. p. 16, 18.

Um also die Gültigkeit des Stokes'schen Gesetzes exakt zu untersuchen, mußte ich in erster Linie eine so zähe Flüssigkeit verwenden, daß Kugeln von leicht meßbaren Dimensionen mit genügend langsamer Geschwindigkeit fielen. Messungen mit 3 mm großen Stahlkugeln in „venetianischem Terpentin“ zeigten die Brauchbarkeit dieser Substanz, verschieden weite Röhren lehrten zugleich den großen Einfluß der Gefäßwandungen: die Fallgeschwindigkeit wurde um etwa 15 Proz. vergrößert, als ich statt eines Rohres von 4,4 cm Durchmesser ein 2,7 cm weites Rohr benutzte. Auch theoretisch ist ein solcher Einfluß leicht verständlich: in einem unendlich begrenzten Gefäße darf durch keinen Querschnitt mehr Flüssigkeit ein- als austreten; aus den von Stokes gegebenen Lösungen des Problems folgt jedoch unmittelbar¹⁾, daß sich an keiner Stelle Flüssigkeit in der der Kugelgeschwindigkeit entgegengesetzten Richtung bewegt.

Die Vorversuche ergaben ferner, daß die äußere Reibung als unendlich groß angesehen werden durfte (Bedingung (3)): Kugeln, deren Oberfläche durch Salpetersäuredämpfe stark angegriffen waren, zeigten dieselbe Fallgeschwindigkeit²⁾ wie glatt polierte Kugeln gleichen Gewichtes und gleichen Durchmessers, und eine auf die Oberfläche der Flüssigkeit aufgegossene grüne Chlorophyll-terpentinlösung wurde von den Kugeln bis auf den Boden mitgenommen —, der so gebildete grüne Faden bewies zugleich die geradlinige Bewegung der Kugel.³⁾ Auch ließ sich leicht zeigen, daß die Kugel beim Fallen nicht rotierte.³⁾

Die Bedingung (2) schließlich, daß außer der Schwerkraft keine äußeren Kräfte auf Kugel oder Flüssigkeit wirkten, war unschwer zu erfüllen.

Als sehr störend erwies sich bei den Vorversuchen der außerordentlich große Einfluß der Temperatur auf die Viskosität (pro Grad Erwärmung Vermehrung der Viskosität um etwa 25 Proz.) und die schlechte Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit.

1) Vgl. auch G. Kirchhoff, l. c. In der Dissertation ist die Ableitung auf p. 19 ausgeführt.

2) Vgl. Diss. p. 27.

3) Vgl. Diss. p. 25, 26.

Eingehende thermoelektrische Beobachtungen zeigten, daß es für exakte Messungen in weiten Gefäßen notwendig war, die Temperatur zunächst 6—7 Stunden bis auf $\pm 0,003^\circ$ konstant zu halten, ehe mit der Beobachtung begonnen werden konnte.

Besonderes Gewicht wurde auf die genaue Ausmessung der Kugeln gelegt. Zur Verwendung kamen unvernickelte Stahlkugeln, die zu technischen Zwecken in großer Vollkommenheit und Gleichförmigkeit hergestellt werden: Kugeln des bis auf 3 Promille gleichen Gewichtes unterschieden sich im Durchmesser nicht um 1 Promille, d. h. bei den kleinsten verwendeten Kugeln nicht um 0,0015 mm. Ich verwendete vier Kategorien von Kugeln, von 4, 3,2 und 1,5 mm Durchmesser, vom mittleren Gewichte 0,2526, 0,1080, 0,03120 und 0,01348 g und vom mittleren spezifischen Gewichte 7,705, und bestimmte zunächst das mittlere spezifische Gewicht einer größeren Zahl von Kugeln (30—225) einer Kategorie und darauf bis auf 1 Promille das absolute Gewicht und mit Hilfe eines geeichten Wildschen Dickenmessers den Durchmesser jeder einzelnen Kugel (Details dieser Messung vgl. Diss. p. 35—39). Statt des gewöhnlichen Stokes'schen Gesetzes (Gleichung (2)) benutzte ich für die endgültigen Berechnungen die identische Gleichung

$$(2a) \quad k = \frac{g \cdot G \cdot (s - \sigma)}{6 \pi R a s},$$

in der G das Kugelgewicht bedeutet, da ein Fehler in s im Verhältnis $s - \sigma/s$ nur den s^{ten} Teil ausmacht.

Zur Messung der Fallgeschwindigkeit wurden die verwendeten Glasröhren von 5 zu 5 cm mit eingezätzten Ringen, möglichst senkrecht zur Rohrachse, versehen, und mit Hilfe eines Sekundenklopfers oder einer Stoppuhr wurden die Momente beobachtet, in denen der untere Kugelrand zwei bestimmte, einander gegenüberliegende Stellen eines Ringes passierte. Da der Brechungsexponent der zähen Flüssigkeit (1,522) von dem der verschiedenen Gläser (1,510 bis 1,519) nur sehr wenig differierte und ersterer jedenfalls nicht kontinuierlich in irgend einer Richtung variierte (wie es z. B. bei Diffusionsversuchen der Fall ist), liefert diese Methode die wahren Fallgeschwindigkeiten (vgl. Diss. p. 27—29).

Auf Grund dieser Gesichtspunkte wurde für die end-

gültigen Messungen zur Bestimmung des Einflusses der Gefäßwandung folgende Versuchsanordnung gewählt: In die Metallschutzwände eines Wasserbades von 85 Liter Inhalt wurden

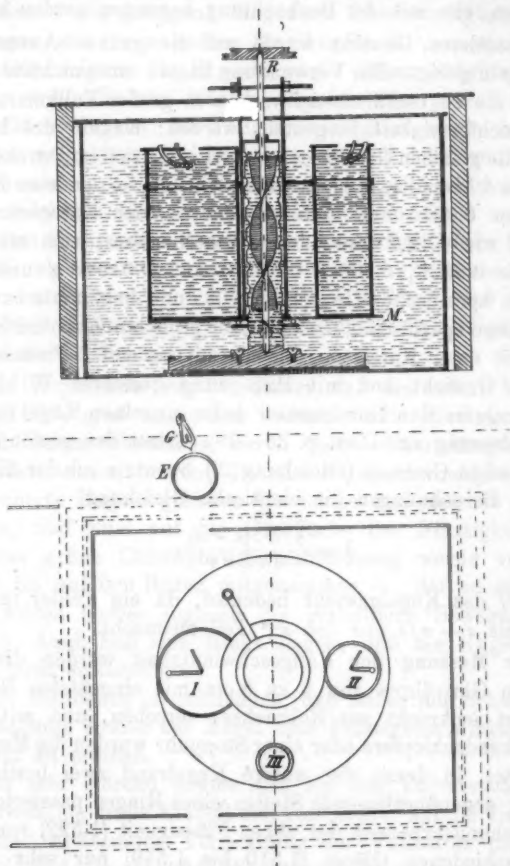


Fig. 1 ($\frac{1}{10}$ nat. Größe).

schließbare Schlitz angebracht, durch die das Licht einer in vertikaler Richtung verschiebbaren Glühlampe *G* (vgl. Fig. 1) nach Passieren eines Gefäßes *E* gelangte, das zur Absorption

der Wärmestrahlung mit Eisenchloridlösung gefüllt war. Ein Stativ trug, drehbar um den Rührer *R*, eine Metallscheibe *M*, auf der verschiedene Röhren von 26 cm Höhe befestigt werden konnten. In die Röhren wurde künstlich hergestelltes venetianisches Terpentin (eine filtrierte Lösung¹⁾ von drei Teilen Kolophonium und einem Teil Terpentinöl²⁾ heiß eingefüllt, und diese wurden mit gut abgeschliffenen Glasscheiben bedeckt, die eingekittete, geeignet gebogene Messingröhrchen zum Aufnehmen der Kugeln trugen (vgl. Fig. 1). Federnde Stahlnasen am unteren Ende der Röhrchen bewirkten, daß beim Aufstoßen auf die oberste Kugel stets nur eine³⁾ Kugel herausfallen konnte.⁴⁾

Die erhaltenen Fallzeiten (vgl. die 55 explizite angeführten Versuche Diss. p. 42—54) zeigten in den einzelnen Teilen der Röhren untereinander Abweichungen von 0,1 bis 1,5 Proz., so daß die Fallgeschwindigkeit im wesentlichen als konstant anzusehen war (die oberen 3 cm und unteren 2 cm der Röhren wurden von der Beobachtung ausgeschlossen), im Mittel wurde jedoch das erste und letzte Viertel ein wenig langsamer als die anderen zurückgelegt, was dem Einfluß des Bodens und Deckels zuzuschreiben ist. Folgende Tabellen auf p. 294 enthalten die Resultate zweier Versuchsreihen, mit Flüssigkeit verschiedener Zähigkeit ausgeführt.

Diese Tabellen enthalten 1. die Gesamtfallzeiten *T* bei etwa 16° C. für einen Fallraum von 20,00 cm⁵⁾, die Mittel einer großen Zahl von Beobachtungen, deren Abweichungen bei den Versuchen der Tab. II im Durchschnitt 3 Promille betragen, und 2. die Verhältnisse der Fallzeiten verschiedener

1) Ähnliche Lösungen hat bereits R. Reiger, Diss. Erlangen^o1901 und Ann. d. Phys. 19. p. 985. 1906 zur Messung von Relaxationszeit und Viskosität benutzt.

2) Die Lösung war hellgelb, gut durchsichtig und hielt sich mehrere Wochen lang unverändert; ihr spezifisches Gewicht war $\sigma = 1,01$.

3) Zwei Kugeln hintereinander in geringem Abstände können beinahe doppelt so schnell fallen wie einzeln, vgl. Vers. 2, Diss. p. 42.

4) Abweichungen aus der Rohrachse bewirkten nur sehr geringe Fehler, Diss. p. 27.

5) Die Fallräume in den einzelnen Röhren differierten nur um etwa 1—2 Promille; die Tabellen enthalten die auf gleiche Fallräume berechneten Werte (vgl. Diss. p. 34).

Tabelle I.

Kugelradien	Röhre I $r_1 = 3,85$ cm	Röhre II $r_{II} = 5,3$ cm	berechnet
$R_1 = 0,1985$ cm	1895''	1849''	
$R_2 = 0,1493$ „	2396	2361	
$R_3 = 0,0989$ „	5820	5261	
$R_4 = 0,07495$ „	9178	9023	
T_4/T_1	6,58	6,73	7,10
T_3/T_1	3,81	3,90	4,03
T_2/T_1	1,725	1,725	1,764

Tabelle II.

Kugelradius	Röhre I $r_1 = 2,20$ cm	Röhre II $r_{II} = 3,97$ cm	Röhre III $r_{III} = 7,00$ cm	Röhre II' $r = 2,25$ cm	Röhre III' $r = 2,25$ cm
$R_1 = 0,1984$ cm	656,1''	596,1	570,4	(653)	652
$R_2 = 0,1493$ „	1094	1025	992	1104	1090
$R_3 = 0,0989$ „	2870	2266	2218	2395	2345
$R_4 = 0,07485$ „	4055	3924	3858	4086	4033
				berechnet	
T_4/T_1	6,181	6,582	6,764	7,150	
T_4/T_2	3,706	3,828	3,887	4,089	
T_4/T_3	1,711	1,782	1,739	1,764	

Kugeln in derselben Röhre verglichen mit dem aus dem Stokeschen Gesetz berechneten Werte

$$(2b) \quad \frac{T_i}{T_k} = \frac{R_k^3 (s_k - \sigma)}{R_i^3 (s_i - \sigma)},$$

der also unabhängig von der Viskosität der Flüssigkeit ist. Die Röhren II' und III' (Tab. II) waren Röhren von derselben Weite wie I, die in Röhre II bez. III konzentrisch eingelassen wurden: die Übereinstimmung der Fallzeiten mit den in Röhre I erhaltenen zeigt ebenso wie die Werte von T_i/T_k , daß die Differenz der Fallzeiten in verschieden weiten Röhren lediglich von der verschiedenen Weite der Röhren herrührt. Man sieht also,

die Fallzeit einer Kugel nimmt mit Zunahme des Röhrenradius ab, und selbst bei einem Verhältnis von

$$\frac{\text{Kugelradius}}{\text{Röhrenradius}} = \frac{R}{\varrho} = \frac{1}{78}$$

ist der Einfluß der Gefäßwandung merklich.

Zur Untersuchung des Temperatureinflusses wurde die Temperatur des Wasserbades im Falle der Tab. II um 0,7° C. erhöht. Es ergab sich in Röhre III¹:

Kugelradius	Fallzeit
R_1	585,5
R_2	2099
R_3	3630

Die Verhältnisse dieser Fallzeiten und der entsprechenden Kugeln der Tabelle II sind 1,117, 1,114 und 1,111, so daß 0,1° C. die Fallzeit um 1,6 Proz. änderte. Ebenso unabhängig vom Kugelradius ist das Verhältnis von Fallzeiten gleicher Kugeln in gleichen Röhren verschiedener Viskosität bei entsprechenden Werten der Tab. I und II (vgl. Diss. p. 56). Andererseits ist aber die Fallzeit einer Kugel nicht sowohl von dem absoluten Wert der Röhrendimensionen abhängig als vielmehr von dem Verhältnis der Dimensionen der Röhre zu denen der Kugel, wie die Verhältnisse von Fallzeiten zeigen¹⁾, für die R/ϱ übereinstimmt:

Kugelradius Röhrenradius	Verhältnis der Fallzeiten	
	beobachtet	berechnet
$\frac{R_3}{\varrho_I} = \frac{1}{22}$ bez. $\frac{R_1}{\varrho_{II}} = \frac{1}{20}$	3,98	4,04
$\frac{R_4}{\varrho_I} = \frac{1}{29}$ bez. $\frac{R_2}{\varrho_{II}} = \frac{1}{27}$	3,96	4,04
$\frac{R_3}{\varrho_{II}} = \frac{1}{40}$ bez. $\frac{R_1}{\varrho_{III}} = \frac{1}{35}$	3,98	4,04
$\frac{R_4}{\varrho_{II}} = \frac{1}{53}$ bez. $\frac{R_2}{\varrho_{III}} = \frac{1}{47}$	3,96	4,04

1) Die restierenden Differenzen rühren offenbar von den nicht ganz gleichen Verhältnissen R/ϱ und davon her, daß Boden und Deckel ebenso wie die Wände auf die Fallgeschwindigkeit verschieden großer Kugeln verschieden wirken müssen (vgl. auch folgende Seite).

Mithin ist das Verhältnis der Fallzeiten gleicher Kugeln in gleich weiten Gefäßen verschiedener Viskosität unabhängig vom Kugelradius und vom Röhrenradius, also lediglich eine Funktion der Viskosität, und in erster Annäherung

$$(4) \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{k_1}{k_2},$$

d. h. die Methode der fallenden Kugeln ist entsprechend dem Stokesschen Gesetze zur Bestimmung relativer Viskositäten geeignet.

Der Einfluß der Rohrlänge ist hierbei nicht berücksichtigt; er wird um so kleiner sein, je kleiner die Verhältnisse

$$\frac{\text{Kugelradius}}{\text{Rohrlänge}} \quad \text{und} \quad \frac{\text{Röhrenradius}}{\text{Rohrlänge}}$$

sind. In einer 4,4 cm weiten Röhre betragen die Differenzen der Fallzeiten gleicher Kugeln bei Benutzung verschiedener Kugelsorten nirgends 1 Proz., als ich die Länge der Röhre von 38 cm auf 19 cm verkürzte.

Andererseits ergeben sich für den absoluten Wert des Reibungskoeffizienten nach dem Stokesschen Gesetze der Form

$$k = \frac{g G (s - \sigma)}{6 \pi R a s}$$

aus den Fallzeiten der Tab. II für die höhere Temperatur (d. h. durch Division der dort angegebenen Werte durch 1,114) die folgenden Zahlen:

Tabelle III.

$\frac{R}{\varrho}$	Röhre	k nach Stokes	k'
$\frac{1}{11,1}$	I	1681	1387
$\frac{1}{14,7}$	I	1600	1380
$\frac{1}{20,0}$	II	1515	1358
$\frac{1}{22,2}$	I	1515	1368

Tabelle III (Fortsetzung).

$\frac{R}{\varrho}$	Röhre	k nach Stokes	k'
$\frac{1}{26,6}$	II	1491	1372
$\frac{1}{29,4}$	I	1490	1380
$\frac{1}{35,3}$	III	1456	1367
$\frac{1}{40,1}$	II	1447	1368
$\frac{1}{46,9}$	III	1438	1370
$\frac{1}{53,0}$	II	1424	1364
$\frac{1}{70,7}$	III	1415	1369
$\frac{1}{93,5}$	III	1396	1361

Die erste Vertikalreihe enthält das Verhältnis $\frac{\text{Kugelradius}}{\text{Röhrenradius}}$, die zweite die Röhrennummer, die dritte die nach obigem Gesetze berechneten Werte des Reibungskoeffizienten (die be-

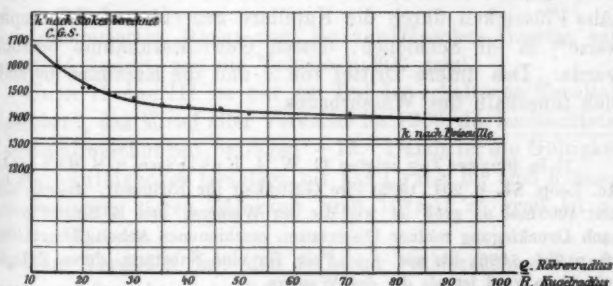


Fig. 2.

nutzten Werte von G , R und s vgl. p. 291 und ausführlicher Dissertation p. 38, 39) und die vierte die nach einem später abgeleiteten Gesetze berechneten Werte (vgl. p. 302). Ich erhalte also bei Benutzung des Stokesschen Gesetzes eine mit der Weite des Gefäßes abnehmende „Reibungskonstante“, ihre Werte als

Funktion des Verhältnisses R/ρ enthält die vorstehende Kurve, die jedoch den wahren Wert der Viskosität offenbar noch nicht erkennen läßt.

Zur Beantwortung der Frage nach diesem wahren absoluten Werte habe ich ihn nach Poiseuilles Methode bestimmt.

Zunächst mußte ich freilich deren Brauchbarkeit für so zähe Flüssigkeiten, wie ich sie verwendet habe, nachweisen¹⁾, und so zeigen, daß auch diese den hydrodynamischen Grundgleichungen, bis auf 1 Proz., genügen und nicht z. B. Berücksichtigung der Relaxation²⁾ Änderungen an ihnen vorzunehmen zwingt.

Die Hagenbachsche³⁾ und Couettesche⁴⁾ Korrektur des Poiseuilleschen Gesetzes sind jedenfalls bei so zähen Flüssigkeiten zu vernachlässigen, und der⁵⁾ „kritische Kapillarradius“ beträgt in diesem Falle 70 cm (bei Wasser 0,03 cm!).

Um die Flüssigkeit in demselben Gefäße zu untersuchen, in dem die Kugeln fallen gelassen wurden, tauchte ich (vgl. Fig. 3) das eine Ende einer ein wenig gebogenen Kapillare K (auf 250 mm 15 mm Niveaudifferenz) in dies Gefäß R und führte das andere Ende luftdicht in das „Absaugegefäß“ A ein, das mit einem Manometer und einer Wasserluftpumpe in Verbindung stand; unter dem Einfluß des Luftdruckes wurde die zähe Flüssigkeit durch die Kapillare gepreßt und fiel tropfenweise⁶⁾ in ein Schälchen, dessen Gewichtszunahme bestimmt wurde. Das untere Drittel von A und die Kapillare befanden sich innerhalb des Wasserbades.

1) In jüngster Zeit zeigten G. W. A. Kahlbaum u. S. Räber (Acta Ac. Leop. 84. p. 204. 1905) ihre Gültigkeit für Rizinusöl, dessen Zähigkeit 4000mal so groß ist wie die des Wassers, und R. Reiger in einer nach Drucklegung meiner Dissertation erschienenen Arbeit (Ann. d. Phys. 19. p. 985. 1906), bis auf ± 10 Proz. für eine Substanz, deren Zähigkeit 10^6 mal so groß ist als die des Wassers.

2) L. Nathanson, Phil. Mag. 2. p. 342. 1902; Zeitschr. f. phys. Chem. 38. p. 695 ff., daß außerdem die hier benutzte Flüssigkeit keine große Relaxationszeit besitzt, zeigen Versuche von R. Reiger (Diss. Braunsch. 1901).

3) A. Hagenbach, Pogg. Ann. 109. p. 385. 1860.

4) M. Couette, Ann. d. chim. et. phys. (6.) 21. p. 469. 1890.

5) O. Reynolds, Phil Trans. 174. p. 935, 1883 (vgl. Diss. 61, 62).

6) Über die Genauigkeit und Fehlerquellen vgl. Diss. p. 64—69.

Den Einfluß der Rohrlänge konnte ich der nötigen Temperaturkonstanz wegen nicht untersuchen, dagegen nachweisen, daß Variation von Strömungszeit, Druck und Kapillarradius

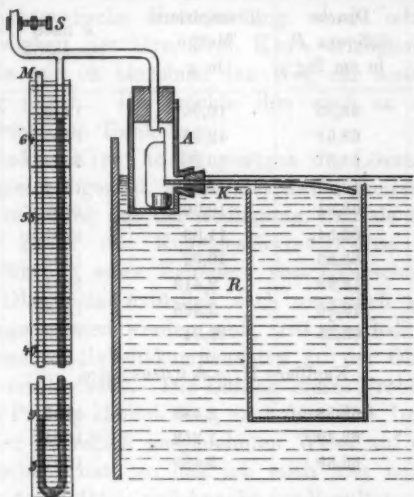


Fig. 3.

die „transpirierte“ Menge dem Poiseuilleschen Gesetze entsprechend ändert, wie die Tabelle p. 300 zeigt.

Unter II und III ist nur ein Teil der erhaltenen Resultate angeführt¹⁾, das Mittel aller Versuche ist 1309, die beobachteten Maximalabweichungen betragen ± 15 . Damit ist die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes bis auf 1 Proz. für eine Flüssigkeit bewiesen, deren Zähigkeit rund 10^5 mal so groß ist als die des Wassers.

Zum Vergleich mit den früheren Fallversuchen ist eine Temperaturkorrektur (+ 0,7 Proz.) wegen der etwas höheren Temperatur des Kapillarteiles im Absaugegefäß (Diss. p. 66) und eine Korrektur von

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{63}{71} \cdot 1,12 = 0,5 \text{ Proz.}$$

1) Versuche, in denen die Kapillare bis fast auf den Boden von R eintauchte, gaben dieselben Werte für k .

Tabelle IV.

Kapillare I: $q = 0,0953$ qcm.

Zeit t in Sek.	Druck- differenz P in cm Hg	Transpirierte Menge in g	k nach Poiseuille	Mittelwert
1140	63,55	10,96	1299	
1274	63,61	12,19	1307	
1140	63,57	10,90	1307	
1140	13,77	2,349	1314	
1139	63,64	10,90	1307	1306
1140	63,54	11,03	1291	± 12
1139	63,56	10,92	1309	
1139	13,99	2,413	1304	
1140	13,86	2,368	1318	
1140	63,35	10,84	1309	

Kapillare II: $q = 0,03632$ qcm.

1798	63,38	2,488	1307	
902	63,49	1,253	1304	1306
1798	63,39	2,489	1307	± 4

Kapillare III: $q = 0,01937$ qcm.

2698	63,56	1,043	1319	1314
				± 10

anzubringen, da die Transpirationsversuche im Mittel unter einem einseitigen Druck von 63 cm Hg vorgenommen wurden und spätere Versuche (vgl. p. 306) zeigten, daß eine Kompression auf 100 Atm. die Zähigkeit um 112 Proz. vergrößert. Dadurch erhalte ich $k = 1325$, während der mit der ± 10

kleinsten Kugel im weitesten Gefäße ausgeführte Versuch 1396 ergeben hatte.

Somit versagt das Stokessche Gesetz bei der Bestimmung des absoluten Reibungskoeffizienten wegen des großen Einflusses der unvermeidlichen Gefäßwände. Ich habe deshalb versucht diesen Einfluß theoretisch zu bestimmen, mußte mich aber auf einen unendlich langen Zylinder beschränken, da mir bisher die Berechnung des Einflusses eines Bodens und Deckels im Zylinder nicht gelang. Doch bedeutet bereits ein unendlich

langer Zylinder einen prinzipiellen Unterschied gegen eine unendlich ausgedehnte Flüssigkeit, da schon in ihm Rückströmen¹⁾ von Flüssigkeit stattfinden muß.

Diese theoretische Untersuchung wurde mir durch die Liebenswürdigkeit des Hrn. Prof. Korn ermöglicht, der mir die Methode und im einzelnen den Weg zur Ausführung und Berechnung angab. Ich möchte ihm auch an dieser Stelle meinen aufrichtigen Dank sagen.

Bei Stokes-Kirchhoff²⁾ genügen die Lösungen u , v , w der Grundgleichungen (d. s. die Geschwindigkeitskomponenten der Flüssigkeitsteile) nur der Bedingung, daß sie an der Oberfläche der Kugel den Kugelgeschwindigkeiten gleich sind. Durch Einführung eines Zylinders vom Querschnittsradius ρ , an dessen Oberfläche natürlich auch unendlich große äußere Reibung angenommen werden muß, tritt die Bedingung hinzu, daß die Geschwindigkeitskomponenten an der Oberfläche des Zylinders verschwinden. Die Lösung dieses Problems geschah nach einem Prinzip ähnlich dem, nach dem H. A. Lorentz³⁾ den Einfluß einer unendlich ausgedehnten Wand auf eine fallende Kugel berechnet hat, so daß ich mich hier auf eine kurze Skizzierung der Methode und Angabe des Resultates beschränken kann (die ausführlichen Details vgl. Diss. p. 76—91 u. 122—126): Es wurden die Reflexionen der ursprünglichen Bewegung am Zylinder und an der Kugel berechnet und durch ihre Superposition für die Geschwindigkeitskomponenten unendliche Reihen erhalten, die, falls sie konvergierten, die vollständige Lösung liefern mußten. Hierbei zeigte sich, daß bereits die Kenntnis der ersten Reflexion vom Zylinder genügte, d. h. die Berechnung der Lösungen der Grundgleichungen unter der Bedingung, daß sie an der Zylinderoberfläche gleich und entgegengesetzt gerichtet waren den Werten, die die Geschwindigkeiten im Falle einer un-

1) Vgl. p. 290 u. Diss. p. 74—76 u. 120, woselbst auch Berechnung und Figur der Geschwindigkeitsverteilung in der Nachbarschaft einer fallenden Kugel.

2) Stokes-Kirchhoff, l. c. p. 287.

3) H. A. Lorentz, Zittingsverl. Acad. von Wetensch. 5. p. 168. 1896. Von dieser Abhandlung erhielt ich erst nach Drucklegung der Dissertation Kenntnis durch den zum größten Teil neu bearbeiteten Abdruck in den „Abhandlungen über theor. Phys.“ I¹ p. 23 ff. 1906 (Teubners Verlag).

endlich ausgedehnten Flüssigkeit im Abstände des Zylinderradius ϱ vom Mittelpunkte der Kugel besaßen. Die so gewonnenen Geschwindigkeiten u_2, v_2, w_2 stimmen zwar an der Kugeloberfläche offenbar noch nicht mit den Kugelgeschwindigkeiten überein, ihre Reflexion von der Kugel ergab sich aber bereits als von zweiter Ordnung klein. Am Mittelpunkte der Kugel würde jene erste Reflexion, wie in der Dissertation¹⁾ berechnet ist, eine Geschwindigkeit der Flüssigkeitsteile von der Größe

$$2,4 \cdot a \cdot \frac{R}{\varrho}$$

in der der Kugelgeschwindigkeit entgegengesetzten Richtung hervorrufen, so daß der Widerstand, den die Kugel erfährt, durch den unendlich langen Zylinder im Verhältnisse von 1 zu $1 + 2,4 \frac{R}{\varrho}$ vergrößert wird und an Stelle des Stokesschen Gesetzes die Gleichung tritt

$$k' = \frac{2}{9} g \frac{R^2 (s - \sigma)}{a \left(1 + 2,4 \frac{R}{\varrho} \right)}$$

Berechnet man nach dieser Gleichung den Reibungskoeffizienten aus den Experimenten (Tab. II), so erhält man die in Tab. III unter k' angeführten Werte. Sie sind, im Gegensatze zu den nach dem unkorrigierten Gesetze berechneten Werten k , bis auf ± 1 Proz. konstant, ihr Mittelwert 1371 differiert freilich von dem nach Poiseuille gefundenen noch um 3 Proz. Diese Differenz rührt wohl zweifellos von dem Einfluß des Bodens und Deckels her, von denen die experimentell verwendeten Zylinder begrenzt waren; er muß sich in einem die Zylinderhöhe enthaltenden Gliede bemerklich machen, das zu dem Korrektionsgliede $2,4(R/\varrho)$ hinzutritt. Die Berechnung dieses Einflusses hoffe ich später mitteilen zu können.

Jedenfalls liefert aber die theoretische Berechnung in Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen das wesentliche Resultat²⁾, daß für zwei Flüssigkeiten verschiedener Viskosität bei Benutzung gleicher Kugeln und gleicher Röhren

1) Dasselbst ist auf der letzten Seite ein Rechenfehler unterlaufen, so daß der dort (p. 126 u. 93) angegebene Zahlenfaktor 1,2 durch 2,4 zu ersetzen ist; die ausführliche Berechnung denke ich in einer späteren Mitteilung nachzuholen.

2) Denn der Reibungskoeffizient ist im Korrektionsgliede nicht enthalten.

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

ist, d. h. daß die Fallgeschwindigkeiten den Reibungskoeffizienten umgekehrt proportional sind.

II. Teil. Anwendung der Stokesschen Methode.

Die so definierte Methode zur Bestimmung des relativen Reibungskoeffizienten konnte ich also nun zum Studium des Druckeinflusses verwenden.

Ein solcher Einfluß ist wohl zuerst von Röntgen¹⁾ bei Wasser entdeckt und von ihm und anderen²⁾ an Flüssigkeiten geringer Viskosität nach Poiseuilles Methode näher studiert worden. Zähere Substanzen wie Marineleim hat außer Barus³⁾ nur Röntgen⁴⁾ untersucht; er maß die Zähigkeit durch die Strecke, um die ein zugespitzter Metallstab infolge eines gewissen Gewichtes in bestimmter Zeit einsank, und fand, daß bei 16° C. der Marineleim durch 500 Atm. Druck etwa doppelt so zähe ist als unter Atmosphärendruck.

Für meine Versuche stand mir eine Cailletetsche Pumpe mit Metallfedermanometer (aus Genf) und ein stählerner Druckzylinder von 10 cm innerem Durchmesser und 35 cm Höhe zur Verfügung (vgl. Fig. 4). Orientierungsversuche in dem Terpentinöl-Kolophoniumgemisch ergaben für 100 Atm. Druck eine Änderung der Viskosität um etwa 100 Proz., so daß eine viel geringere Genauigkeit erforderlich war, als ich bei den Versuchen unter Atmosphärendruck erreicht hatte. Ich konnte also die Fallgeschwindigkeit der Kugel elektrisch messen, durch einen Elektromagneten und einen elektrischen Kontakt, den die Kugel nach Zurücklegung einer bestimmten Strecke schloß, eine Methode, bei der Fehler von einigen Prozenten nicht zu vermeiden waren. Um die Kompressionswärme unschädlich

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. 22. p. 510. 1884.

2) E. Warburg u. Babo, Wied. Ann. 17. p. 390. 1882; E. Warburg u. Sachs, Wied. Ann. 22. p. 518. 1884; A. Cohen, Wied. Ann. 45. p. 668. 1892; L. Hauser, Ann. d. Phys. 5. p. 591. 1901; vgl. auch Dissertation p. 95, 96.

3) C. Barus, Proc. Am. Acad., Jan. 1882; Sill. Journ. III. 45. p. 89. 1893.

4) W. C. Röntgen, Wied. Ann. 45. p. 604. 1892.

zu machen, wurde auf Grund thermoelektrischer Messungen die Temperatur des Wasserbades, in der der Druckzylinder stand, nach der Kompression 6—12 Stunden auf $\pm 0,01^\circ$ konstant gehalten, bevor die Messung ausgeführt wurde. Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 4: Die im Zylinder stehende

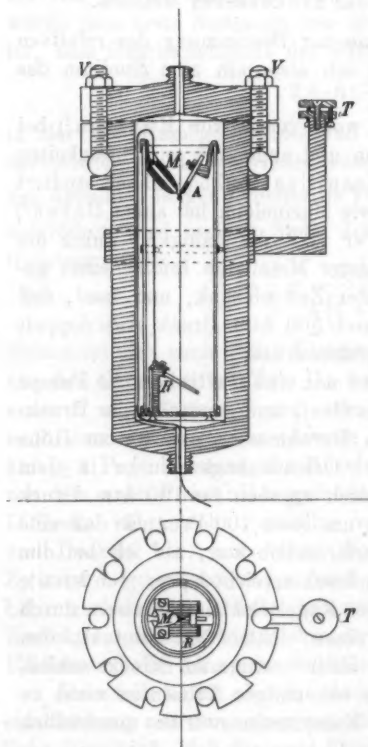


Fig. 4.

Röhre mit zäher Flüssigkeit trägt den Elektromagneten *M*, dessen Kern im wesentlichen aus zwei voneinander isolierten Drähten aus weichem Stahl bestand. Sie ragten 1 cm aus der Umwicklung heraus und waren derart in den Magnetstrom eingeschaltet, daß dieser nur geschlossen werden konnte, wenn zwischen den Drähten elektrischer Kontakt hergestellt war, wenn also z. B. eine Stahlkugel an ihnen hing. In diesen Stromkreis waren außerdem als Stromzeiger eine Glühlampe und ein Kommutator eingeschaltet, durch dessen Kommutieren die Stahldrähte ihren remanenten Magnetismus¹⁾ verloren und die Kugel losließen. *A* ist ein Röhrenchen mit federnder Stahlhase (vergl. frühere Versuche p. 293) zum Aufnehmen der Kugeln, *B* der „elektrische Kontakt“, d. h. ein Hartgummirahmen, auf dem dünne, vergoldete Silberdrähte gleichmäßig aufgespannt

1) Um die Erwärmung des Magneten und der umgebenden Flüssigkeit zu vermeiden, wird die Kugel während der 6—12 Stunden Wartezeit allein durch den remanenten Magnetismus der Stahldrähte getragen.

und abwechselnd mit dem positiven und negativen Pol einer Leitung von 110 Volt (parallel der Leitung des Magnetstromes geschaltet) verbunden waren; der Rahmen stand schräg, so daß die auffallende Kugel herunterglitt und ein neuer Versuch gemacht werden konnte. Damit die Kugel jedesmal an dieselbe Stelle der Drähte fiel, wurde die Röhre durch Stützen im Zylinder fixiert und dessen Stellung mittels einer Libelle justiert; T dient als Unterlage dieser Libelle. Die Gesamtfallzeit der Kugel vom Verlassen des Magneten bis zum Berühren der Drähte wurde durch Nichtmehrbrennen und Wiederaufleuchten der Glühlampe (vgl. oben) gemessen und war natürlich durch den Magneten und die Drähte beeinflusst. Wie Versuche bei Atmosphärendruck und verschiedenen Temperaturen nach der früheren Methode zeigten, war jedoch diese Zeit den konstanten „wahren“ Fallzeiten innerhalb der mittleren 18 cm bis auf ± 2 Proz. proportional, auch wenn sich die Zähigkeit vervierfachte, und konnte somit direkt als Maß der Viskosität dienen (vgl. Diss. p. 105 bis 108). Die verwendete Flüssigkeit hatte etwa dieselbe Zusammensetzung wie bei den früheren Versuchen, die benutzten Kugeln hatten 4 mm Durchmesser und wogen $0,2529 \text{ g}$; die am Manometer abgelesenen Drucke konnten ohne weiteres verwandt werden, da das Manometer nach E. Wagner¹⁾ keine Fehler von 1 Proz. aufwies.

Die erhaltenen Resultate zeigen folgende zwei Tabellen; der pro Grad berechnete Temperatureinfluß sowohl wie der pro Atmosphäre berechnete Druckeinfluß *steigen* merklich mit *wachsender* Temperaturdifferenz, bez. *wachsendem* Druck, während z. B. Cohen²⁾ bei Terpentinöl Konstanz des Druckeinflusses zwischen 100 und 600 Atm. fand.

Tabelle V.

Nr.	Temperatur ϑ	Fallzeit T	$\frac{T_1 - T_1}{T_1} \cdot \frac{100}{\vartheta_1 - \vartheta_1}$	
1	16,55° C.	819''		
2	14,55	1275		28
3	12,55	1921		34
4	9,23	3774		49

1) E. Wagner, Diss. München 1904; Ann. d. Phys. 15. p. 906. 1904.

2) A. Cohen, l. c. p. 803.

Tabelle VI.

Temp.	Nr.	Druck p in Atm.	Fallzeit T	Mittel	$\frac{T_p - T_1}{T_1}$	$\frac{T_p - T_1}{T_1} \cdot 100$ p
16,55°	7	1	842''			
	8	1	843			
	11	1	829	839''		
	19	1	837	± 9		
	25	1	846			
	14	51	1254			
	17	51	1280	1242	0,48	0,94
	10	100	1757	± 12		
	12	100	1786	1778	1,12	1,12
	13	100	1792	± 18		
14,55°	23	151	2671	2671	2,18	1,45
	15	200	3748			
	16	200	3779	3764	3,48	1,74
				± 16		
	20	1	1271			
	21	100,5	2645	2616	1,06	1,06
	22	100,5	2588	± 20		

Aus den Versuchen bei 14,55° folgt ebenso wie aus Vorversuchen, daß eine Vergrößerung der Zähigkeit um die Hälfte den Druckeinfluß von 100 Atm. nicht wesentlich ändert.

Theoretisch ist die Änderung der Zähigkeit mit der Dichte von größerem Interesse als die mit der Temperatur und dem Drucke. Deshalb wurde erstens der (absolute, kubische) Ausdehnungskoeffizient als Funktion der Temperatur mittels eines kalibrierten Kapillarrohres bestimmt und innerhalb 2 und 7° Temperaturdifferenz der konstante Wert 0,000688 erhalten.



Fig. 5.

Und zweitens wurde die Zusammendrückbarkeit bei verschiedenen Drucken folgendermaßen gemessen. Ein Glasgefäß, das bis auf eine $\frac{1}{8}$ mm weite Öffnung O (vgl. Fig. 5) ganz geschlossen war, wurde vollständig mit Versuchssubstanz und das konzentrisch zur Öffnung angeblasene Ansatzstück G mit Quecksilber gefüllt; beim Komprimieren drang eine der Kompression der Substanz entsprechende Menge Quecksilber in das

Gefaß, und aus der Gewichtszunahme konnte die Kompression bestimmt werden. (Über Fehlerquellen etc. vgl. Diss. p. 110 bis 112.) So ergab sich z. B. für Wasser bei $16,5^{\circ}$ der scheinbare Kompressibilitätskoeffizient $44,5 \times 10^{-6}$ in genügender Übereinstimmung mit W. C. Röntgen und Schneider¹⁾, die bei $17,5^{\circ}$ $44,13 \cdot 10^{-6}$ angeben. Für den absoluten (isothermischen) Koeffizienten der zähen Flüssigkeit fand ich zwischen 50 und 200 Atm. den konstanten Wert $45,1 \cdot 10^{-6}$.

Da $\frac{\text{Temperatureinfluß}}{\text{Ausdehnungskoeffizient}}$ bez. $\frac{\text{Druckeinfluß}}{\text{Kompressibilität}}$ den Einfluß von Dichteänderungen, durch Temperatur- bez. Druckänderung hervorgerufen, darstellen²⁾, folgt aus meinen Versuchen, daß

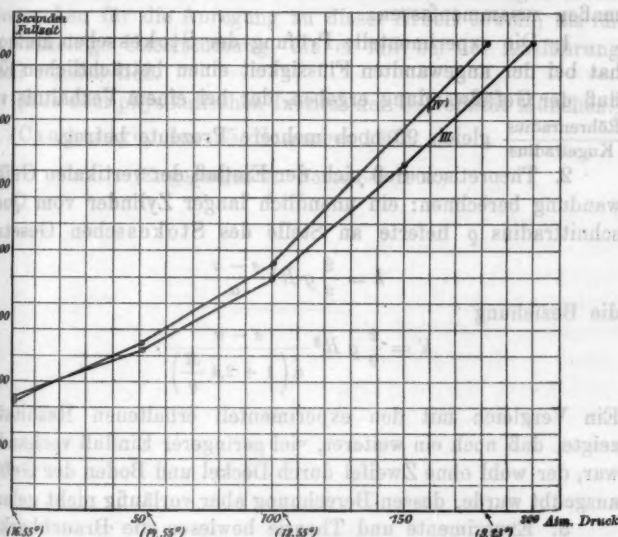


Fig. 6.

die innere Reibung nicht allein von der Dichte abhängt, so daß Temperatur und Druck neben der Dichte noch einen anderen die Zähigkeit beeinflussenden Faktor ändern. Dasselbe Resultat

1) W. C. Röntgen u. F. Schneider, Wied. Ann. 33. p. 640. 1888.

2) Vgl. z. B. E. Warburg, Wied. Ann. 22. p. 518. 1884.

liefert eine graphische Darstellung (Fig. 6). Temperatur (IV) sowohl wie Druckeinfluß (III), dargestellt als Funktionen der Temperatur bez. des Druckes, zeigen starke konkave Krümmung, während die Kurven für Ausdehnungs- und Kompressibilitätskoeffizienten gerade Linien sind. Außerdem zeigt die Figur, daß ein Druck, der dieselbe Kompression hervorruft wie eine gewisse Temperaturerniedrigung, nur etwa die Hälfte der Zähigkeitsänderung bewirkt; also hängt die Viskosität der benutzten Flüssigkeit in dem untersuchten Intervall außer von der Dichtigkeit noch von anderen Eigenschaften ab, die durch Temperatur stärker als durch Druck beeinflußt werden.

Die Resultate vorliegender Arbeit kann ich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die experimentelle Prüfung der Stokesschen Methode hat bei der angewandten Flüssigkeit einen beträchtlichen Einfluß der Gefäßwandung ergeben, der bei einem Verhältnis von $\frac{\text{Röhrenradius}}{\text{Kugelradius}}$ gleich 90 noch mehrere Prozente betrug.

2. Theoretisch ließ sich der Einfluß der vertikalen Gefäßwandung berechnen: ein unendlich langer Zylinder vom Querschnittsradius ρ lieferte an Stelle des Stokesschen Gesetzes

$$k = \frac{2}{9} g R^2 \frac{s - \sigma}{a}$$

die Beziehung

$$k' = \frac{2}{9} g R^2 \frac{s - \sigma}{a \left(1 + 2,4 \frac{R}{\rho} \right)}$$

Ein Vergleich mit den experimentell erhaltenen Resultaten zeigte, daß noch ein weiterer, viel geringerer Einfluß vorhanden war, der wohl ohne Zweifel durch Deckel und Boden der Gefäße ausgeübt wurde, dessen Berechnung aber vorläufig nicht gelang.

3. Experimente und Theorie bewiesen die Brauchbarkeit der „Methode der fallenden Kugeln“ zur Bestimmung des relativen Reibungskoeffizienten: die Fallzeiten gleicher Kugeln in Gefäßen gleicher Dimensionen verhalten sich wie die Viskositäten der betreffenden Flüssigkeiten.

4. Der nach dieser Methode bestimmte Einfluß der Temperatur und des Druckes auf die Viskosität war bei der benutzten Flüssigkeit (vom Reibungskoeffizienten 1300 C.G.S.)

innerhalb der angewandten Druck- und Temperaturgrenzen sehr groß (für 1° etwa 25 Proz. und für 100 Atm. etwa 100 Proz.) und stieg mit abnehmender Temperatur und wachsendem Druck stark an; er war für die betreffende Flüssigkeit nicht durch eine Dichtigkeitsänderung zu erklären.

5. Außerdem ließ sich zeigen, daß die Beziehungen des Poiseuilleschen Gesetzes ihre Gültigkeit bis auf 1 Proz. selbst für eine Flüssigkeit behalten, deren Viskosität etwa 100000 mal so groß ist wie die des Wassers.

Vorliegende Arbeit wurde im Oktober 1904 begonnen und im Januar 1906 zu Ende geführt. Hrn. Geheimrat W.C. Röntgen möchte ich auch an dieser Stelle meinen aufrichtigen Dank aussprechen für die Anregung zu dieser Arbeit sowohl, als für die vielseitige Unterstützung, die er mir bei der Ausführung zuteil werden ließ.

(Aus dem physikalischen Institut der Universität München.)
Cambridge, den 25. November 1906.

(Eingegangen 27. November 1906.)

**6. Elektrische Schwingungen
in Spulen mit metallischen Kernen;
von J. S. Sachs.**

Die unten beschriebenen Untersuchungen sind aus nicht näher hier zu erläuternden Gründen nicht zu Ende geführt worden. Da sie jedoch einige neue und zum Teil überraschende Resultate aufweisen, so erachte ich sie um so mehr einer Veröffentlichung wert, als Versuche nach dieser Richtung meines Wissens in der Literatur gar nicht bekannt sind; wenigstens konnte ich trotz eifrigen Suchens gar kein entsprechendes Material finden.

Legt man in das Innere einer Spule, die durch einen Schwingungskreis erregt wird, einen guten Leiter, so würde man zweierlei erwarten können: zunächst eine bedeutende Verminderung der Intensität ihrer Erregung und ferner eine Verkürzung der Eigenwellenlänge der Spule. Beides, glaubt Drude¹⁾, sei dadurch zu erklären, daß „durch den von der Spule im Messingzylinder (tertiär) induzierten Strom, welcher dem Spulenstrom entgegengerichtet fließt, eine kleinere Selbstinduktion für die Spule hervorgebracht wird wie durch den Sekundärstrom eines Transformators.“²⁾ Und beide Erscheinungen hat Drude auch tatsächlich in zwei von ihm angegebenen Beispielen beobachten können.

Der Zufall wollte es, daß die erste von mir untersuchte Spule (Ebonit 4 mm Stärke und 28 mm Durchmesser mit 18 Windungen eines doppelt mit Baumwolle umspinnenen Drahtes von 1 mm blank und 2,2 mm isoliert) ein gerade entgegengesetztes Resultat aufwies. Ihre Eigenwellenlänge war $\frac{1}{2} \lambda = 240$ cm.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 293 ff. 1902.

2) l. c. p. 307.

Legte man einen hohlen Messingzylinder hinein, der sich noch gerade frei in der Spule bewegen konnte, so stieg die Eigenwellenlänge auf $\frac{1}{2} \lambda = 300$ cm. Die Intensität der Erregung ist allerdings etwas heruntergegangen, aber nicht merklich.

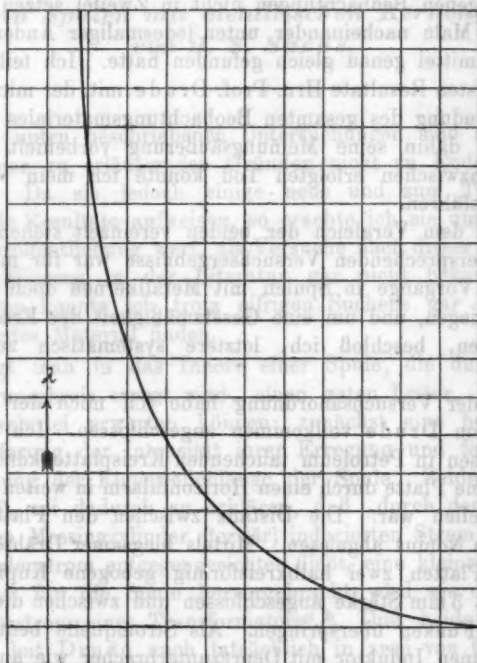
Nun war für mich an einer von Drude beobachteten Erscheinung nicht zu zweifeln, andererseits konnte ich aber auch meine eigenen Beobachtungen nicht in Zweifel setzen, da ich sie viele Male nacheinander unter jedesmaliger Änderung der Versuchsmittel genau gleich gefunden hatte. Ich teilte daher meine ersten Resultate Hrn. Prof. Drude mit, der mich darauf um Zusendung des gesamten Beobachtungsmateriales bat und sich bis dahin seine Meinungsäußerung vorbehielt. Durch seinen inzwischen erfolgten Tod konnte ich mein Vorhaben nicht ausführen.

Aus dem Vergleich der beiden vereinzelt stehenden und sich widersprechenden Versuchsergebnisse war für mich klar, daß die Vorgänge in Spulen mit Metallkernen doch nicht so einfach liegen, und um eine Gesetzmäßigkeit der Erscheinung zu suchen, beschloß ich, letztere systematisch zu untersuchen.

In der Versuchsanordnung habe ich mich der zitierten Arbeit von Drude vollkommen angeschlossen. Ich benutzte daher einen in Petroleum tauchenden Kreisplattenkondensator, dessen eine Platte durch einen Horizontalarm in weiten Grenzen zu verstellen war. Die Distanz zwischen den Platten wird an einem Nonius abgelesen. Mittels biegsamer Drähte werden an die Platten zwei halbkreisförmig gebogene Kupferdrähte von etwa 3 mm Stärke angeschlossen und zwischen diesen ließ ich die Funken überspringen. Als Stromquelle benutzte ich sowohl einen Induktor mit Deprezunterbrecher wie auch einen Hochspannungstransformator, beides mit und ohne Zwischenschaltung eines Teslatransformators. Als Elektroden dienten mir Messing- und Zinkkugeln, zeitweise arbeitete ich mit zugespitzten Enden der Kupferdrähte. Wegen der weit auseinander liegenden Wellenlängen mußte ich häufig sowohl die Dimensionen des Plattenkondensators wie auch des Erregerkreises wechseln. Dies bedingte jedesmal eine Neueichung, die in Verbindung mit den auch sonst unzulänglichen mir zur Verfügung stehenden Mitteln äußerst zeitraubend war.

Die Eichung selbst nahm ich stets nach der Drudeschen Methode¹⁾ vor.

Die Beobachtungen erfolgten so, daß die Spule in eine bestimmte (bis zu 25 cm) Höhe über den Erregerkreis gebracht und dann mit Hilfe einer der Spule genäherten Vakuumröhre die Resonanzeinstellung des Kondensators ab-



→ d Entfernung der Kondensatorplatten

Fig. 1.

gelesen wurde. Es wurden bis zu zehn Ablesungen jedesmal gemacht, und zwar einmal ohne Metallkern, das andere Mal mit Metallkern in der Spule. Um ferner sicher zu sein, daß die Rückwirkung der Spule (besonders bei eingelegtem Metall-

1) P. Drude, l. c. p. 298.

kern) auf den Erregerkreis die Resultate nicht beeinträchtigt, brachte ich auch jedesmal die Spule in verschiedene Höhen über den Erreger, mitunter bis zu einer Höhe, daß die Lampe gerade noch aufleuchtete. Die Resonanzeinstellung ist dann am schärfsten, aber auch zum Teil sehr schwierig und, wie ich mich überzeugt habe, ist es gar nicht nötig, so weit mit der Spule wegzugehen, denn bei nicht zu starken Erregerschwingungen (und diese lassen sich ja z. B. durch die Elektrodenentfernung leicht regulieren) war die höchste von mir überhaupt beobachtbare Differenz in einer Ablesungsreihe zwischen den maximalen und minimalen Werten der Wellenlängen 2 Proz. Und diese Differenz trat nur ein, als ich mit geringen Plattendistanzen arbeitete, wo die Eichungskurve steil abfällt. Arbeitet man in den Grenzen der flacher verlaufenden Kurve, so erreichen diese Maximaldifferenzen nie solche Werte. Es ist also klar, daß sie jedenfalls nicht auf eine Rückwirkung der Spule zurückzuführen, sondern in der Unsicherheit der Einstellung zu suchen sind, was auch aus vorstehender Eichungskurve (Fig. 1) ohne weiteres einleuchten wird. Nach meinen Erfahrungen ist zwecks Erzielung größerer Genauigkeiten als etwa $\frac{1}{3}$ Proz. nur der mittlere Teil der Kurve brauchbar, es empfiehlt sich daher nicht, bis an die äußerste Grenze der Plattendistanz zu gehen.

Die erste von mir untersuchte Spule wies folgende Resultate auf:

n (Zahl der Windungen)	$\lambda/2$ (ohne Kern)	$\lambda/2$ (mit Kern)
18	240 cm	300 cm
17	230	280
15	220	240

Wurde der Meßkondensator auf Resonanz eingestellt während der Untersuchung einer Spule mit Metallkern und letzterer allmählich herausgezogen, so ergab sich für jede Lage des Kernes eine andere Resonanzeinstellung.

Vorstehende Tabelle zeigt eine auffallende Erscheinung: bei allmählicher Abwicklung der Spule sinkt die Wellenlänge der Spule mit Kern rascher als die der Spule ohne Kern. Im Zusammenhang mit der Drudeschen Beobachtung ergab sich da der Schluß, daß bei weiterer Abwicklung wohl ein Moment

eintreten würde, wo das Verhältnis der Wellenlängen sich umkehren wird. Und dies hat sich auch bei einer sofort vorgenommenen Untersuchung tatsächlich ergeben.

Eine Ebonitspule von 2,8 cm äußeren und 2 cm inneren Durchmesser wurde mit 25 Windungen eines Drahtes von 0,9 mm blank und 2,0 mm isoliert versehen. Die Windungen wurden möglichst regelmäßig mit der Hand aufgetragen und ihre Enden mit Siegellack befestigt.

Bei allen diesen und auch späteren Untersuchungen habe ich die eminente praktische Bedeutung der zitierten Arbeit von Drude schätzen gelernt. Von verschiedenen Seiten wurde ja seiner Zeit diese bestritten. Und doch ist sie meines Wissens die einzige, die es möglich macht, die Eigenwellenlänge einer Spule *voraus zu berechnen*. Die Möglichkeit der Vorausberechnung wird aber, weil sie eine nachträgliche Messung nicht spart, häufig unterschätzt. Ich habe jede untersuchte Spule nach Drude berechnet und fand nachträglich durch Messung, daß die Zahlen glänzend übereinstimmen. Wenn sie hie und da Abweichungen aufwiesen, so lag das daran, daß meine Spulen nicht immer die nötige Regelmäßigkeit der Wickelung zeigten, oder aber, weil das Spulenmaterial z. B. Holz) unendlich verschieden ausfällt. Aber auch dann waren die Differenzen zwischen Rechnung und Messung praktisch ganz belanglos. Ich habe mit Wellenlängen zwischen 28 und 0,5 m gearbeitet, und ohne die Drudesche Arbeit müßte ich einfach völlig im Dunklen tappen, während ich durch die Vorausberechnung die Möglichkeit erhielt, meinen Meßtransformator so einzurichten, daß er sich für die Messung auch eignete. Weiß man auch nur annähernd, wo die gesuchte Wellenlänge liegt, so ist sie im Handumdrehen gemessen, weiß man es nicht, so *kann* es vorkommen, daß man sie stundenlang sucht.

Aus der nachstehenden Fig. 2 ist der Verlauf der Eigenwellenlängen obiger Spule mit und ohne Kern ersichtlich. Als Metallkern diente ein hohler Kupferkolben von etwa $\frac{1}{3}$ mm Wandstärke, der das ganze Innere der Spule einnahm.

Erst von etwa zehn Windungen an wurde die Intensität der Schwingung so klein, daß die Messung der Wellenlänge der Spule mit Kern gewisse Schwierigkeiten bereitete und ich

mußte da die Spule bis auf etwa 3 cm über den Erregerkreis nähern.

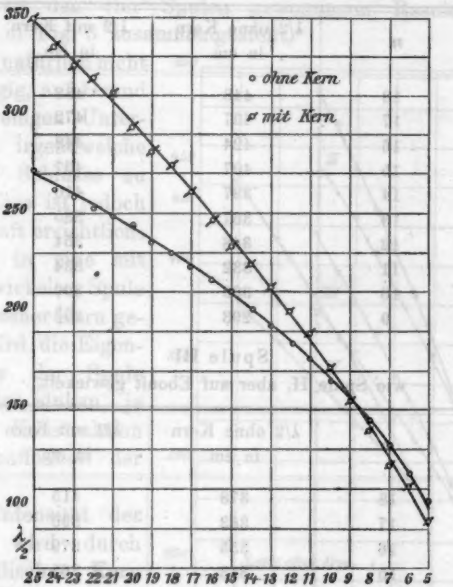


Fig. 2. Windungen

Ich habe nun eine ganze Reihe anderer Spulen in ähnlicher Weise hergestellt und gebe in Nachstehendem einige der gefundenen Resultate wieder.

Spule I.

Holz. Äußerer Durchmesser = 46 mm, innerer Durchmesser = 20 mm.

Zahl der Windungen n.

$\lambda/2$ ohne Kern in cm	$\lambda/2$ mit Kern in cm	n
353	353	10
333	322	9
316	300	8
276	260	7

Spule II.

Holz. Äußerer Durchmesser 40 mm, innerer Durchmesser 20 mm.

n	λ/2 ohne Kern in cm	λ/2 mit Kern in cm
18	448	488
17	437	472
16	424	448
15	407	427
14	387	410
13	367	385
12	348	354
11	332	334
10	309	309
9	293	283

Spule III

wie Spule II, aber auf Ebonit gewickelt.

n	λ/2 ohne Kern in cm	λ/2 mit Kern in cm
18	378	415
17	363	396
16	355	379
15	343	365
14	326	343
13	311	323
12	296	308
11	282	288
10	266	266
9	250	245

Spule IV.

Holz. Äußerer Durchmesser 34 mm, innerer Durchmesser 20 mm.

n	λ/2 ohne Kern in cm	λ/2 mit Kern in cm
22	380	445
20	361	413
18	335	376
16	318	348
14	300	321
12	278	273

Alle Spulen waren mit einem baumwollumspunnenen Draht von 0,9 mm blank und 2 mm isoliert bewickelt.

Die an den vier Spulen gewonnenen Resultate sind graphisch in Fig. 3 zusammengestellt.

Es ist natürlich nicht gut zugänglich, auf Grund von so wenigen Untersuchungen irgendwelche speziellere Schlüsse zu ziehen. Eins ist jedoch unzweifelhaft ersichtlich:

Wird in eine mit Draht bewickelte Spule ein metallischer Kern gelegt, so wird die Eigenwellenlänge der Spule steigen oder sinken, je nach der Konstruktion und Beschaffenheit der Spule.

Die Intensität der Erregung wird durch den metallischen Kern auf alle Fälle schwächer.

Die Versuche deuten ferner darauf hin, daß der Einfluß des metallischen Kernes um so geringer wird, je dicker die Wandstärke bez. je größer die Dielektrizitätskonstante der Wand ist.

Ich habe nun bei einzelnen (drei) Spulen statt eines hohlen Kupferkolben einen massiven gleichgroßen Kern benutzt, ferner auch eine gußeiserne hohle Röhre und ein Drahtbündel in die Spule hineingelegt. Ich gebe hier die Resultate einer Untersuchung an einer Ebonitpule wieder, die mit 25 Windungen des oben bezeichneten Drahtes versehen war und 28 mm äußeren, sowie 20 mm inneren Durchmesser hatte. Die Resultate sind Mittel aus zwei bez. drei Beobachtungsreihen von je drei bis sechs Ablesungen.

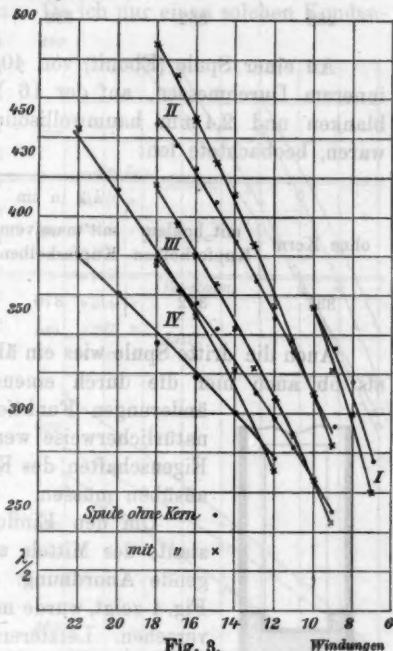


Fig. 3.

$\lambda/2$ in cm				
ohne Kern	mit hohlem Kupferkolben	mit massivem Kupferkolben	mit gußeiserner Röhre	mit Drahtbündel
286	352	352	330	365

An einer Spule (Ebonit) von 40 mm äußerem und 20 mm innerem Durchmesser, auf der 16 Windungen von 1,05 mm blanken und 2,4 mm baumwollisolierten Drahtes angebracht waren, beobachtete ich:

$\lambda/2$ in cm				
ohne Kern	mit hohlem Kupferkolben	mit massivem Kupferkolben	mit gußeiserner Röhre	mit Drahtbündel
337	372	370	360	368

Auch die dritte Spule wies ein ähnliches Bild. Es scheint, als ob auch hier die durch einen Kern verursachten Veränderungen Funktion der Spule selbst sind; natürlicherweise werden aber auch noch die Eigenschaften des Kernes selbst einen Einfluß ausüben müssen.



Fig. 4.

Um den Einfluß der Dielektrizitätskonstante des Mittels zu prüfen, wählte ich folgende Anordnung. Eine Glasröhre, wie sie Fig. 4 zeigt, wurde mit einem Gummipfropfen *P* versehen. Letzterer wurde so angebohrt, daß sich die metallischen Kerne darin bequem halten ließen. Durch eine entsprechende Vorrichtung wurde die Glasröhre über dem Erregerkreise gehalten.

Ich ging nun von der Ansicht aus, daß, wenn ich die Glasröhre mit Flüssigkeiten verschiedener Dielektrizitätskonstante fülle, sich am leichtesten eine Gesetzmäßigkeit ergeben wird, weil sich ja bei Flüssigkeiten die Dielektrizitätskonstante in viel weiteren Grenzen variieren läßt als dies bei festen Körpern der Fall ist. Ich wollte daher benutzen: Luft, Petroleum, Äthylalkohol und Wasser. Die Versuche gestalten sich dabei äußerst zeitraubend, denn bei einer und derselben Win-

dungszahl liegen die Eigenwellenlängen je nach der Füllung in ganz anderen Bereichen, und es empfiehlt sich daher, die Versuche nur unter gleichzeitiger Benutzung mehrerer Meßkondensatoren, die im voraus ganz gebrauchsfertig zur Verfügung stehen, auszuführen. Da ich nur einen solchen Kondensator hatte, so mußte ich zuvor den Erregerkreis und die Kondensatorplatten jedesmal ändern und sie eichen, wodurch ich häufig für eine Ablesungsreihe 2—3 Tage Arbeit brauchte. Es kamen natürlich auch andere ungünstige Nebenumstände hinzu, die zu so einer Verzögerung führten. In Bezug auf die Versuche selbst möchte ich bemerken, daß die Feststellung der Eigenwellenlängen bei Wasserfüllung die größten Schwierigkeiten bietet, wohl wegen der starken Absorption, die sich auch bei Alkohol sehr bemerkbar macht, während bei Petroleum das Aufleuchten der Vakuumlampe im allgemeinen stärker war wie bei Luft.

Einige der Resultate gebe ich im Nachstehenden wieder, ohne daraus irgendwelche Schlüsse ziehen zu wollen (Fig. 5). Bemerkenswert ist jedenfalls, daß die Schnittpunkte der Kurven bei jeder Füllung ganz wo anders liegen, und ich glaube daher, daß bei entsprechender Durchführung der Versuche sich die Abhängigkeit von der Dielektrizitätskonstante leicht ergeben wird.

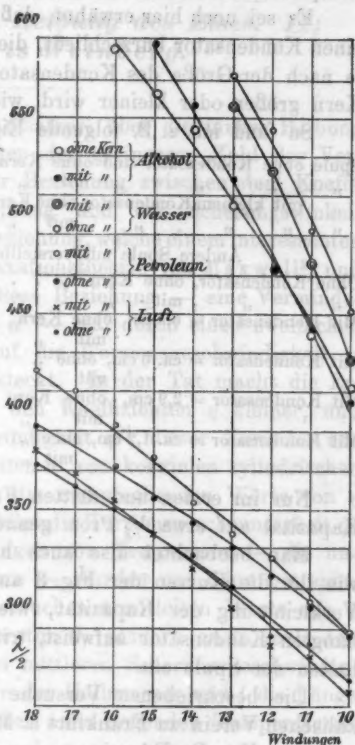


Fig. 5.

Abgesehen von eventuellem wissenschaftlichem Wert könnte die genaue Kenntnis des Einflusses von Metallkernen auf Eigenwellenlängen der Spulen möglicherweise auch praktische Verwertung finden z. B. in der Ausbildung der drahtlosen Telephonie.

Es sei noch hier erwähnt, daß wenn man eine Spule durch einen Kondensator kurzschließt, die Eigenwellenlänge der Spule je nach der Größe des Kondensators durch den hineingelegten Kern größer oder kleiner wird, wie sie es ohne Kern war.

So fand ich z. B. folgende Eigenwellenlängen:

Spule ohne Kondensator und ohne Kern	$\frac{1}{2} \lambda = 200$ cm	
„ mit „ „ „ „ „	$\frac{1}{2} \lambda = 238$ „	
„ mit kleinem „ Kondensator ohne Kern	$\frac{1}{2} \lambda = 432$ „	
„ „ „ „ mit „	$\frac{1}{2} \lambda = 392$ „	
Andere Spule mit verstellbarem Kondensator:		
Ohne Kondensator, ohne Kern	$\frac{1}{2} \lambda = 288$ cm	
„ mit „ „ „	$\frac{1}{2} \lambda = 280$ „	
Mit Kondensator = 6,5 cm, ohne Kern	$\frac{1}{2} \lambda = 610$ „	} Differenz 50
„ mit „ „	$\frac{1}{2} \lambda = 560$ „	
Mit Kondensator = ca. 6 cm, ohne „	$\frac{1}{2} \lambda = 585$ „	} Differenz 45
„ mit „ „	$\frac{1}{2} \lambda = 540$ „	
Mit Kondensator = 2,9 cm, ohne Kern	$\frac{1}{2} \lambda = 440$ „	} Differenz 30
„ mit „ „	$\frac{1}{2} \lambda = 410$ „	
Mit Kondensator = ca. 1,2 cm, ohne „	$\frac{1}{2} \lambda = 362$ „	} Differenz 14
„ mit „ „	$\frac{1}{2} \lambda = 348$ „	

Nur im ersten und dritten Falle ist die Bestimmung der Kapazität auf etwa $\frac{1}{2}$ Proz. genau, sonst wurde sie geschätzt.

Man beobachtet also auch hier einen ähnlichen Verlauf wie ihn die Kurven der Fig. 3 andeuten. Bei entsprechender Verkleinerung der Kapazität, wie ihn die Spule ohne angehängten Kondensator aufweist, tritt eine Umkehr in dem Verhalten der Spule ein.

Die beschriebenen Versuche sind Ende 1905 im Physikalischen Verein zu Frankfurt a. M. gemacht. Es sei mir hier gestattet, Hrn. Dr. Déguisne, dem Leiter der elektrotechnischen Abteilung obigen Vereins, meinen Dank auszusprechen für seine freundliche Unterstützung und insbesondere für die Bereitwilligkeit, mit der er mir einen Arbeitsraum und die Mittel seiner Abteilung zur Verfügung gestellt hatte.

Frankfurt a. M., November 1906.

(Eingegangen 30. November 1906.)

7. Über die innere Reibung des Eisens. II; von Boris Weinberg.

1. In meinem ersten Aufsatz¹⁾ über die innere Reibung des Eisens entging mir (wegen der geringeren Zahl der Versuche) die Feststellung einer Beziehung zwischen dem Koeffizienten η der inneren Reibung und der Scherungswinkelgeschwindigkeit α' — einer Beziehung, welche einem interessanten Zusammenhang mit der Relaxationstheorie von Maxwell²⁾ und Schwedoff³⁾ entspricht. Diese Beziehung — eine Verminderung von η mit wachsender α' — war durch einen zweifachen Einfluß der Temperatur auf die Torsionsgeschwindigkeit φ' des Ende des Zylinders versteckt. In der Tat macht die Erhöhung der Temperatur θ den Koeffizienten η kleiner, und deswegen steigt die Geschwindigkeit φ' ; dieser Zuwachs von den Scherungsgeschwindigkeiten α' von coaxialen zylindrischen Schichten macht seinerseits die entsprechenden Werte von η noch kleiner und deswegen steigt die Torsionsgeschwindigkeit φ' noch. Diese beiden Wirkungen von Temperatur — die unmittelbare und die mittelbare — wurden nur dann getrennt, wenn ich die aus meinen Versuchen ermittelten Werte von η nicht nur nach der Temperatur θ , sondern auch nach den Werten von der endgültigen mittleren Scherungsgeschwindigkeit ψ' (gleich $\frac{2}{3}(r/l)\varphi'$, wo r der Halbmesser und l die Länge des tordierenden Zylinders) bei nahe liegenden Temperaturen geordnet habe.

Bei solch einer Zusammenstellung sollte man aus den Werten von η , welche sich auf fast gleiche Werte von θ und ψ'

1) B. Weinberg, Ann. d. Phys. 18. p. 81. 1905.

2) J. C. Maxwell, Phil. Trans. 157. p. 49. 1868 oder Phil. Mag. (4) 35. p. 129 u. 185. 1868.

3) Th. Schwedoff, Journ. de Phys. (2) 8. p. 341. 1889; (2) 9. p. 84. 1890 oder Séanc. Soc. Franç. p. 134 u. 186. 1889.

und auf die Wirkung desselben Torsionsmomentes an demselben Zylinder beziehen, nur *einen* Mittelwert nehmen. Die Zusammenstellung *aller* Werte von η wäre für die Beantwortung der Frage, ob η von ψ' abhängt oder nicht, von keiner Bedeutung, da bei konstantem Torsionsmoment der berechnete Wert von η dem beobachteten Werte von ψ' umgekehrt proportional ist.

In der Tab. I sind entsprechende Werte von θ ($^{\circ}$ C.), ψ' (in 10^{-8} . 1/sec) und η (in 10^{13} g/cm. sec) für Newaeis gegeben. Die Bedeutung von $\eta_{\text{ber.}}$ wird später erklärt. In der Kolumne „Nr.“ bedeuten die Nummern I—V die Tabellen von meinem ersten Aufsatz, IIIa einen ziemlich schlechten Versuch, welchen ich da nicht angeführt hatte, und VI einen zehntägigen Versuch derselben Art, welchen ich diesen Winter unter etwas besserer Anordnung ausführte. Die Zahlen weichen etwas von den in meinem Aufsätze gegebenen ab — hauptsächlich wegen der Berücksichtigung der äußeren Reibung und der Berichtigung eines Fehlers in den Temperaturangaben: alle Temperaturen, welche da als $^{\circ}$ C. bezeichnet sind, waren in Wirklichkeit $^{\circ}$ R.

Tabelle I.

Nr.	θ	ψ'	η	$\eta_{\text{ber.}}$	Nr.	θ	ψ'	η	$\eta_{\text{ber.}}$
I	-14,0	2,61	10,14	10,32	I	-1,5	14,4	1,98	2,07
I	-11,4	3,36	7,99	7,60	III	-1,9	9,80	2,52	2,35
VI	-11,2	0,36	18,38	19,35	V	-2,0	3,28	5,84	3,37
I	-8,6	5,02	5,84	5,33	IV	-2,6	1,98	4,76	4,66
VI	-8,6	0,45	14,90	15,44	II	-2,1	1,19	8,48	6,08
I	-7,3	5,65	4,70	4,58	VI	-2,6	0,94	7,03	7,34
I	-5,9	6,14	4,42	3,90	I	-0,7	19,9	1,98	1,74
III a	-5,0	1,82	8,48	5,51	III	-0,8	12,1	2,07	1,99
II	-5,7	0,85	12,32	8,93	VI	-1,1	1,65	3,57	4,65
VI	-6,4	0,66	9,16	10,85	II	-1,0	1,54	6,51	4,78
VI	-5,7	0,56	11,32	11,93	VI	-0,8	1,50	4,71	4,86
I	-3,8	8,84	3,11	2,94	I	-0,1	27,7	1,00	1,38
III	-3,5	7,91	3,07	2,91	III	-0,3	14,7	1,72	1,65
IV	-4,4	1,37	6,66	6,21	II	0,0	4,18	1,59	2,15
III a	-4,4	1,06	13,45	7,28	II	0,0	2,95	3,65	2,66
II	-4,0	0,92	10,98	7,87	VI	0,0	2,83	2,52	2,72
VI	-3,7	0,83	7,11	8,36	II	-0,1	1,64	6,11	4,29
VI	-4,1	0,71	9,35	9,51					

2. Analoge Abnahme von η mit Steigerung von ψ' und von θ ergibt auch — obgleich nicht so deutlich — die Tab. II, die die Resultate von Messungen enthält, welche ich an dem grobkörnigen Eis der Gletscher der Oetztalalpen (Hintereisferner, Kesselwandferner und Hochjochferner) im Juli-August 1905 aufgestellt hatte.¹⁾ In dieser Tabelle haben θ , ψ' und η dieselbe

1) Dazu dienten zwei besondere Apparate, von welchen jeder wesentlich aus einem doppelwandigen Eisenblechgefäß besteht. In den Zwischenraum legte ich Schnee mit Salz (um die Beobachtungen bei Lufttemperaturen über 0°C . zu ermöglichen) und in den Innenraum stellte ich den zu tordierenden Eiszylinder. Fig. 1 stellt in $\frac{1}{2}$ -Naturgröße den vertikalen Schnitt des Gefäßes und Fig. 2 das Gefäß von oben dar.

Bei der Konstruktion sollte die Kältemischung und besonders der Eiszylinder vor Wärmeeinwirkung geschützt sein und gleichzeitig der Innenraum für die Manipulationen während der Einstellung des Eiszylinders und nachdem für die Beobachtungen der Torsionswinkel und für die Wirkung der Torsionsmomente zugänglich werden. Für diesen Zweck war das Gefäß aus zwei Hälften gemacht, deren eine abnehmbar war. Jede Hälfte war von oben offen und endete unten durch eine Ausflußröhre. Um den Zwischenraum vor dem Zutritt der äußeren Luft zu schützen, stellte man auf die beiden Hälften des Gefäßes eine zylindrische Schale NN und legte in diese auch Schnee mit Salz.

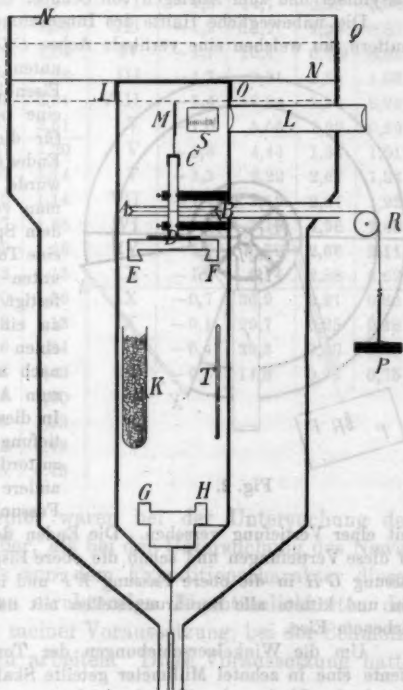


Fig. 1.

Um den Zwischenraum vor dem Zutritt der äußeren Luft zu schützen, stellte man auf die beiden Hälften des Gefäßes eine zylindrische Schale NN und legte in diese auch Schnee mit Salz. NN war mit den oberen Teilen der beiden Hälften des Gefäßes durch

Bedeutung als in der Tab. I; Nr. I—IX bedeutet einen von den 9 untersuchten Zylindern.

einen Kautschukgürtel $Q Q$ verbunden. Die unteren Ausflußröhren führten etwa bis zum Boden von einem besonderen Gefäß, in welches auch eine Ausflußröhre aus den oberen Teilen mündete. Um den Innenraum zu isolieren, diente eine Kautschukkappe $J O$. Das doppelwandige Blechgefäß war an den Seiten mit Baumwolle und Leintuch bedeckt und in einem doppelwandigen Holzkasten befestigt. Die vorderen, hinteren und oberen Seiten der Holzkästen waren beweglich und man öffnete dieselben nur während der Beobachtungen, beim Einstellen oder Messung der Eiszyylinder und zum Auflegen von Schnee.

Die unbewegliche Hälfte des Innenraumes trug oben zwei Zapfenmuttern, an welchen eine vertikale Achse CD gedrückt werden konnte;

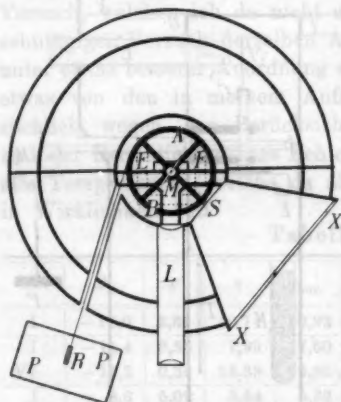


Fig. 2.

mit einer Vertiefung versehen. Die Enden des Eiszyinders brachte ich in diese Vertiefungen und schob die obere Eisplatte und die untere Holzfassung GH in die obere Fassung EF und in das untere Holzkästchen ein und kittete alle Berührungsstellen mit nassem Schnee oder mit geriebenem Eise.

Um die Winkelverschiebungen der Torsionsscheibe zu verfolgen, diente eine in zehntel Millimeter geteilte Skala S und ein Fernrohr L ; mittels des Okulars desselben beobachtete man das im Spiegel M reflektierte Bild der Skala, welches das Objektiv des Fernrohres gab. Zur Beleuchtung der Skala befand sich in den Wänden des Gefäßes eine keilförmige Öffnung, welche durch eine Glasplatte XX gedeckt war; die Beleuchtung geschah durch eine elektrische Taschenlampe.

Der Innenraum hatte nur eine Verbindung mit äußerer Luft — ein

unten war ein Halbkästchen aus Eisenblech angelötet, in welches eine besondere Holzfassung GH für die Befestigung des unteren Endes des Eiszyinders eingesteckt wurde. Auf die Achse CD setzte man von oben eine Fassung mit dem Spiegel M , in der Mitte war eine Torsionsscheibe AB und von unten eine Holzfassung EF befestigt. Diese Holzfassung war an einer Seite offen und hatte einen Ausschnitt, welcher sich nach unten verengte und diente zum Aufnehmen einer Eisplatte. In diese Eisplatte wurde eine Vertiefung gemacht für das Ende des zu tordierenden Eiszyinders. Eine andere solche Eisplatte war der Fassung GH angepaßt und auch

Tabelle II.

Nr.	θ	ψ'	η	$\eta_{\text{ber.}}$	Nr.	θ	ψ'	η	$\eta_{\text{ber.}}$
IV	-4,3	51,5	0,33	2,02	VII	-1,4	69,5	0,21	0,86
II	-5,0	9,85	0,28	2,52	VIII	-1,4	40,3	0,89	0,88
II	-4,5	6,70	2,46	2,23	VIII	-1,2	22,3	0,53	0,84
I	-4,5	0,97	3,98	2,94	IX	-1,0	18,2	0,47	0,79
VI	-3,0	13,8	0,99	1,44	II	-1,5	16,3	0,75	0,93
III	-3,4	8,14	2,57	1,65	IV	-1,2	14,9	1,00	0,86
III	-3,2	7,24	1,30	1,57	VI	-1,6	14,7	0,93	0,96
IV	-3,1	7,08	1,18	1,53	III	-1,2	12,1	1,24	0,87
VII	-3,1	6,47	0,77	1,54	IV	-1,1	10,4	0,78	0,85
II	-3,7	5,70	2,26	1,83	III	-1,7	9,31	1,54	1,03
I	-3,7	0,71	5,20	2,91	VIII	-1,4	7,84	1,11	0,96
IV	-3,1	0,67	2,87	2,61	V	-1,0	5,55	1,99	0,89
VIII	-2,5	55,1	0,27	1,20	V	-1,3	4,44	1,34	1,01
V	-2,3	43,5	0,27	1,14	V	-1,5	2,22	2,67	1,24
III	-2,2	16,0	0,72	1,14	VII	-1,4	2,19	2,67	1,22
VI	-2,6	14,2	0,97	1,28	VI	-1,2	1,18	4,96	1,48
II	-2,5	11,9	0,99	1,26	IV	-1,9	0,72	2,66	2,11
III	-2,1	11,2	1,32	1,13	IX	-1,6	0,14	2,98	6,62
III	-2,7	8,11	1,00	1,36	IX	-0,7	36,9	0,21	0,69
VIII	-2,0	7,92	1,19	1,13	IX	-0,1	29,7	0,25	0,49
III	-2,6	6,87	1,46	1,34	II	-0,4	29,3	0,50	0,61
II	-2,8	6,28	2,06	1,43	VI	-0,8	14,8	0,93	0,75
VII	-2,4	5,82	0,98	1,30					
III	-2,0	3,94	1,23	1,23					
IV	-2,5	0,65	2,92	2,42					
IX	-2,2	0,15	2,75	6,43					

3. Die Versuchsfehler waren bei der Untersuchung des Gletschereises noch größer, als bei der Untersuchung des Newa-eises. Das rührte teils von dem Expeditionscharakter dieser Versuche, teils von den strukturalen Eigentümlichkeiten des Gletschereises, teils von meiner Voraussetzung, bei der Schmelztemperatur des Eises zu arbeiten. Diese Voraussetzung hatte

enges Rohr, durch welches eine Schnur von der Scheibe *AB* zur Rolle *R* ging; an diese Schnur wurden die Gewichte *P* angehängt. An der Wandung des Innenraumes hing ein Thermometer *T* und ein Probierglas *K* mit Chlorcalcium; das letzte diente dazu, um das Tauen der Skala, den Spiegel und die Gläser des Fernrohres, welches die Beobachtungen sehr erschwerte, etwas zu schwächen.

als Ziel eine Annäherung an die natürlichen Bedingungen der Bewegung des Eises in Gletschern, wo in jedem Punkt die dem Drucke des Eises entsprechende Schmelztemperatur herrscht.¹⁾ Sie konnte aber nicht erfüllt werden wegen des Einschmelzens der Holzfassungen in die Eisplatten, welche die Enden der Eiszyylinder befestigten.

Wegen dieser Voraussetzung aber habe ich vernachlässigt besondere Vorrichtungen zu treffen, welche Temperaturmessungen ohne Zutritt äußerer warmer Luft in den Innenraum erlaubt hätten (sogar passende Ersatzthermometer hatte ich nicht). Deswegen sind die Temperaturangaben von einem Fehler von $0,2^{\circ}$ — $1,0^{\circ}$ (das letztere in Fällen, wo die Temperatur nur geschätzt und nicht gemessen war) begleitet, was 10—45 Proz. in dem Wert des Koeffizienten η der inneren Reibung des Gletschereises entspricht.

Eine Folge des Expeditionscharakters dieser Untersuchung war geringere Genauigkeit der Ablesungen (wegen des kleinen Abstandes von Spiegel und Skala), die Schwierigkeit derselben wegen des Taus, die mehr fehlerhafte Verfertigung und Einstellung der Eiszyylinder, weil ich infolge der hohen Lufttemperatur (zuweilen bis $+15^{\circ}$ C.) bei diesen Operationen eilen mußte etc. Die Abweichungen der Form der Eisstäbe von einem Zylinder waren auch durch die grobkörnige Struktur des Gletschereises verursacht.

Diese Struktur war auch, meiner Meinung nach, die Ursache eines anderen Umstandes, welcher die Möglichkeit, genaue Resultate zu ermitteln, entzogen hat. Dieser Umstand ist eine Unstetigkeit der Torsionsgeschwindigkeit bei konstantem Torsionsmoment, bei beinahe konstanter Temperatur und nach dem Aufhören der unstationären Anfangsstadien der Bewegung. So z. B. tordierte sich unter der Wirkung von 972 g der Zylinder IX etwa 2 Stunden verzögernd (bis zu $\psi' = 1 \cdot 10^{-11}$), nachher fing die Geschwindigkeit an zu wachsen und stieg in 12 Stunden auf das Drei- oder Vierfache ($\psi' = 4 \cdot 10^{-11}$). Nach einem zweiten Anhängen desselben Gewichtes wurde die Geschwindigkeit zwischen etwa 2 Stunden ungemein groß ($2 \cdot 10^{-9}$),

1) Vgl. H. Hess, „Die Gletscher“, p. 152. Braunschweig, Vieweg, 1904.

und nach 14 Stunden war dieselbe immer größer als ursprünglich ($3 \cdot 10^{-7}$).

Dieser Umstand¹⁾, welcher fast immer, wenn auch nicht in solch hervorragendem Maße, merklich war, kann dadurch erklärt sein, daß die allmähliche Deformation einzelner Körner durch relative Verschiebung jedes einzelnen Kornes, als einem Ganzen, gegen die anderen begleitet ist.

Alle diese störenden Umstände können leicht in die einzelnen Werte von η Fehler von 20—50 Proz. einbringen, welche doppelt so groß als entsprechende mögliche Fehler bei der Untersuchung des kristallinen Eises sind.

Ich kann noch bemerken, daß der Größe von η nach die kritische Geschwindigkeit der Eisströmung in einem Gletscherbette von der Ordnung der Lichtgeschwindigkeit sein soll und deswegen kann solche Strömung als eine wirbelfreie betrachtet werden. Diese Betrachtung²⁾ läßt aus den Beobachtungen über die Geschwindigkeit des Eises in neun Querschnitten von Hintereiserner annähernd einen Wert von η gleich $(1,67 \mp 0,95) 10^{13}$ berechnen. Die Beobachtung gibt aber für dieselben mittleren Scherungswinkelgeschwindigkeiten einen zufällig äußerst nahe liegenden Wert $(1,74 \mp 1,10) 10^{13}$.

4. Die Resultate der Tab. II und besonders der Tab. I (mittlere Abweichungen 16 bez. 33 Proz.) können ziemlich gut — wenn man sich erinnert, daß es sich um mehr als zehnfache Änderungen von η handelt — durch eine Formel vom Typus

$$(1) \quad \eta_{\theta, \psi} = \eta_{0, \infty} \left(a - \frac{b}{\theta} \right)^c + \frac{c}{\psi}$$

dargestellt sein.

Die Koeffizienten $\eta_{0, \infty}$, a , b und c konnten für die Daten der Tab. I nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, für die Daten der Tab. II nur auf graphischem Wege bestimmt werden. Die erhaltenen Werte dieser Koeffizienten gibt die Tab. III.

1) Mc Connell u. Kidd (Proc. Roy. Soc. 44. p. 331. 1888), welche Versuche über allmähliche Verlängerung der Gletschereisstäbe unter Wirkung einer konstanten Kraft angestellt hatten, klagen über die „extraordinary variability“ auch dieser Erscheinung.

2) Vgl. meinen Aufsatz in der Zeitschr. f. Gletscherkunde 2. 1907.

Tabelle III.

	η_0, ∞	a	b	c
Gletschereis	$0,38 \cdot 10^{13} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$	1,32	0,65	$0,8 \cdot 10^5 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$
Flußeis	$0,95 \cdot 10^{13} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$	1,12	0,54	$5,0 \cdot 10^5 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$

5. Die Formel (1) von dem Zusammenhang zwischen η und ψ' läßt sich auf eine interessante Weise durch Relaxationstheorien ableiten.

Nach der von Schwedoff (l. c.) verallgemeinerten Theorie von Maxwell (l. c.) nimmt die Kraft bei einer konstanten Deformation — um die Ideen zu präzisieren, werden wir von einfacher Scherung sprechen — nach dem Gesetze

$$(2) \quad f = N\lambda + (f_0 - N\lambda)e^{-t/T}$$

ab, wo N der Scherungsmodul ist, λ die Grenzdeformation, unter welcher das Material als vollkommen elastisch betrachtet sein kann, f_0 der Wert der Kraft für $t=0$, t die Zeit und T die sogenannte Relaxationszeit oder Relaxationsmodul. Maxwells Theorie unterscheidet sich von der Schwedoffschen durch die Annahme

$$(3) \quad \lambda = 0;$$

folglich nach Maxwell

$$(4) \quad f = f_0 e^{-t/T}.$$

Aus Formel (2) folgt, daß bei konstanter Scherungsgeschwindigkeit α' das Gesetz der Änderung der Kraft mit der Zeit ist

$$(5) \quad f = f_0 e^{-t/T} + (NT\alpha' + N\lambda)(1 - e^{-t/T})$$

und folglich bei dem endlich eintretenden stationären Zustand

$$(6) \quad \eta = NT + \frac{N\lambda}{\alpha'}.$$

In Maxwells Theorie ist die Formel (6) ersetzt durch

$$(7) \quad \eta = NT.$$

Die Beobachtungen von Schwedoff¹⁾ über die $1/2$ - u. 1-proz. wässrigen Lösungen von Gelatine beweisen für diese Substanzen die Gültigkeit der Formeln (2) und (6). Zahlreiche

1) Th. Schwedoff, l. c. p. 358 und p. 46.

Beobachtungen von Reiger¹⁾ über das Verschwinden von zeitlicher Doppelbrechung in Kolophonium und Gelatine (auch mit Beimischungen) stellen sich gut durch Gleichung (4) dar, ebenso ein Teil der Versuche von De Metz²⁾ über Kopallack. Aber einige Versuchsreihen von Reiger und De Metz, welche der Maxwell'schen Annahme nicht gehorchen, lassen sich besser durch Schwedoffs Formel (2) darstellen. Die annähernde Unabhängigkeit von η von der Deformationsgeschwindigkeit, welche durch die Versuche von Obermayer³⁾ und Trouton und Andrews⁴⁾ mit Pech und von Reiger⁵⁾ mit Mischungen Kolophonium—Terpentinöl gegeben wird, ist als ein Fingerzeig für die Richtigkeit der Maxwell'schen Formel (2) anzusehen.

Meine Versuche über die innere Reibung von Flußeis (Verschiebungen senkrecht zu der optischen Achse) und von Gletschereis erlauben den Schluß zu ziehen, daß wahrscheinlich auch für diese Materialien das Schwedoffsche Gesetz gilt.⁶⁾

1) R. Reiger, Innere Reibung plastischer und fester Körper, Inaug.-Dissert. Braunschweig, Vieweg. p. 55. 1901 (auch Physik. Zeitschr. 2. p. 218. 1901).

2) G. De Metz, La double Refraction accidentelle dans les liquides. Edition „Scientia“ Nr. 26. p. 55 u. 92. Paris, Gauthier-Villars. 1905 (auch Compt. rend. 136. p. 604. 1903).

3) A. v. Obermayer, Sitzungsber. d. Wiener Akad. (2) 75. p. 673 u. 677. 1877.

4) E. Trouton u. E. Andrews, Proc. Phys. Soc. London 19. p. 58. 1904 (oder Phil. Mag. (6) 7. p. 351. 1904).

5) R. Reiger, Ann. d. Phys. 19. p. 1006. 1906.

6) Wirklich bekommen wir unter der Annahme (6) für das Torsionsmoment Fd und für den in gewöhnlicher Weise berechneten Koeffizienten der inneren Reibung η die Ausdrücke:

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} Fd &= \int_0^r \left(NT + \frac{N\lambda l}{\varphi' \varphi} \right) \varphi' \cdot \frac{\varphi}{l} \cdot 2\pi \varphi \cdot \varphi d\varphi = \\ &= \frac{\pi r^4}{2l} NT \varphi' + \frac{2}{3} \pi r^2 N\lambda, \end{aligned} \right.$$

$$(9) \quad \eta = \frac{2Fd l}{\pi r^4 \varphi'} = NT + \frac{4l}{3r \varphi'} \cdot N\lambda = NT + \frac{8N\lambda}{9\varphi'}.$$

Vergleichen wir (9) mit (1), so finden wir eine vollständige Analogie, wenn

$$(10) \quad \eta_{00} \propto \left(a - \frac{b}{\theta} \right)^\theta = NT; \quad c = \frac{8}{9} N\lambda \text{ ist.}$$

In dieser Weise findet dieses Gesetz eine Anwendung für Körper, welche in üblicher Sprache als Flüssigkeiten bezeichnet sein müssen, und für Körper, welche als starre Körper betrachtet sein können. Für die weitere Begründung dieser Behauptung sollte man für Eis Beobachtungen machen nicht nur bei konstanter Kraft, sondern auch bei konstanter Deformation und bei konstanter Deformationsgeschwindigkeit, und auch den Scherungsmodul N und die „Elastizitätsgrenze“ λ unabhängig bestimmen. Meine Versuche geben nur die Möglichkeit, annähernd N zu verwerthen und daraus T und λ zu berechnen.

5. Für die Bestimmung von N sollte man spezielle Versuche einstellen, wobei die Kraft nur während sehr kleiner

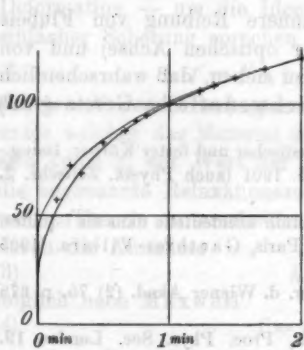


Fig. 3.

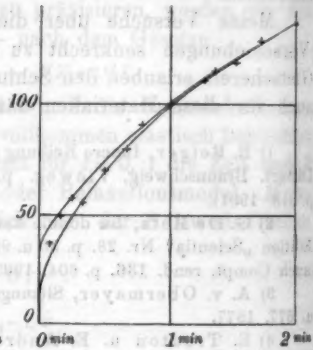


Fig. 4.

Zeitintervalle wirken könnte; annähernd kann man aber N in folgender Weise verwerthen. Ich bestimmte erst diesen Modul bedingungsweise nach der Torsion, welche die Eiszyylinder nach einer Minute der Wirkung der Kraft erlitten, oder welche nach einer Minute nach Fortlassen der Kraft vorüberging. Dann verglich ich den zeitlichen Verlauf der Torsion für die erste und zweite Minute nach dem Anhängen des Gewichtes oder nach seinem Aufheben mit der Deformation nach einer Minute und nahm Mittelwerte aus allen diesen Daten. Diese Mittelwerte sind durch die Kurven der Fig. 3 (für Newaeis) und der Fig. 4 (für Gletschereis) gegeben, und nach dem Verlauf dieser Kurven kann man vermuten, daß die Anfangs-

deformation gleich $0,35 \pm 0,10$ bez. $0,27 \pm 0,10$ der Deformation nach einer Minute für das Newa- bez. Gletschereis vorausgesetzt sein kann. Folglich sind die berechneten Werte von N $1/0,35$ bez. $1/0,27$ mal so groß für Newa- und für Gletschereis. Die 14 in dieser Weise erhaltenen Werte von N für Newaeis und 43 für Gletschereis lassen sich mit mittleren Abweichungen von 14 Proz. bez. 44 Proz. durch die Formel

$$(11) \quad N = 1,0(1 - 0,130) \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$$

$$(12) \quad N = 0,8(1 - 0,650) \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$$

darstellen. Aus Gleichungen (11), (12) und Tab. III, wenn man die Gleichungen (10) berücksichtigt, bekommt man die Daten der Tab. IV, welche nur der Ordnung nach als richtig betrachtet sein können, besonders für Gletschereis.

Tabelle IV.

	Newaeis		Gletschereis	
	0°	-5°	0°	-5°
$N \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$	1,0	1,7	0,8	3,4
$T \text{ sec}$	950	1670	480	720
$\lambda \cdot 10^{-5}$	5,6	3,4	1,0	0,3

Kleinere Werte des Scherungsmoduls, der Elastizitätsgrenze, der Relaxationszeit und des Koeffizienten der inneren Reibung, größerer Einfluß der Temperatur sind zu betrachten als ein Hinweis auf die kleinere Festigkeit der Grenzschichten zwischen den einzelnen Körnern und auf die mögliche Vereinigung der Erscheinung einer „trockenen“ inneren Reibung mit der Erscheinung der Erniedrigung der Schmelztemperatur infolge der Steigerung des Druckes und der nachfolgenden Regeneration, d. h. einer „nassen“ inneren Reibung. Daß eine „trockene“ innere Reibung wohl möglich ist im kristallinen Eise, zeigt mir die allmähliche Scherung desselben in Richtungen, welche senkrecht zu der optischen Achse stehen und für welche örtliche Druckzuwächse fast ganz ausgeschlossen sind (wenn wir nicht von den Molekülen sprechen wollen), so-

8. Untersuchungen

ebener Reflexionsbeugungsgitter mit Rücksicht auf ihre Brauchbarkeit zur absoluten Messung von Lichtwellenlängen¹⁾; von Ernst Giesing.

I. Einleitung und Beschreibung der Gitter.

Im Jahre 1894 gelang es Michelson mit seinem Interferometer die rote Kadmiumlinie $\lambda = 6438 \text{ \AA.-E.}$ so genau zu bestimmen, daß die Resultate der einzelnen Versuche höchstens um $0,0066 \text{ \AA.-E.}$ oder $1:1000000$ des Wertes differierten.²⁾ Relativ zu diesen absoluten Bestimmungen haben dann Ch. Fabry und A. Perot³⁾ mit derselben Methode und mit wahrscheinlich derselben Genauigkeit u. a. die Linien des Quecksilbers bestimmt; es ergaben sich die für die folgenden Versuche wichtigen Werte reduziert auf 15° C. und 760 mm Druck:

Hg	{	gelb	{	5790,659 \AA.-E.
				5769,598 „
		grün		5460,7424 „
		indigo		4358,348 „

Ferner wurde von ihnen ermittelt $D_1 = 5895,932 \text{ \AA.-E.}$ für 15° oder $5895,960 \text{ \AA.-E.}$ für 20° .

Nach diesen Erfolgen hat man es, abgesehen von einer Arbeit Thaléns⁴⁾, die nach der Kritik von H. Kayser als verfehlt betrachtet werden muß⁵⁾, aufgegeben, Beugungsgitter zur absoluten Messung von Lichtwellenlängen weiter zu benutzen.

1) Auszug aus der gleich betitelten Tübinger Dissertation, erschienen bei G. Schnürlein, Tübingen 1906.

2) Travaux et mémoires du Bureau international des poids et mesures: 11. 1895; A. A. Michelson: Détermination expérimentale de la valeur du mètre en longueurs d'ondes lumineuses.

3) Ch. Fabry et A. Perot, Détermination de nouveaux points de repère dans le spectre. Compt. rend. 130. p. 492—495. 1900.

4) R. Thalén, Sur la détermination absolue des longueurs d'onde de quelques raies du spectre solaire. Nova acta Upsal. 1899.

5) H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie I. p. 707.

Die Gitterresultate der Autoren seit 1886 gebe ich für die Natriumlinie D_1 zum Vergleich in der folgenden Zusammenstellung:

Beobachter	Verfertiger des Gitters	Material	Ungeföhre Gitterbreite in mm	Furchenzahl	D_1 für 20° C. und 760 mm Druck in Å.-E.
Kurlbaum ¹⁾ . .	Rutherford	Metall	48	29521	5895,86
1886—1887	Rowland	„	42	23701	5895,98
Bell ²⁾	„	Glas	30	12100	5896,18
1885—1887	„	„	30	8600	5896,23
	„	Metall	100	29000	5896,15
	„	„	100	40000	5896,17
Thalén 1898 . .	„	„	51	29101	5895,976

Das Studium der Arbeiten der vorgenannten Beobachter zeigt, daß die Differenzen zwischen diesen Resultaten bedeutend größer sind, als sie nach den Beobachtungs- und Instrumentalfehlern bei Spektrometer- und Gitterbreitenmessung werden dürften. Der Grund hierfür liegt nach Kayser's Ansicht allein in der ungenügenden Bestimmung der Gitterkonstanten als: Gitterbreite dividiert durch Anzahl der Furchenintervalle ohne Berücksichtigung der zweifellosen Inkonzanz der letzteren infolge technischer Mängel. Am Ende seiner Erörterungen fühlt sich Kayser zu dem Schlusse berechtigt: „Es ist unmöglich mit Gittern die Wellenlänge bis auf 0,1 Å.-E. genau zu bestimmen.“

Die Gründe für die Inkonzanz des Abstandes zweier aufeinanderfolgender Gitterfurchen röhren zweifellos her von Fehlern der Teilmaschine, von Temperaturschwankungen während der Teilung, von einer Veränderung bez. Abnutzung des die Furchen ziehenden Diamanten, die bei einer Zahl von 29000 oder gar 40000 Furchen, wie bei Bells Gittern, sicherlich stattfinden kann, ferner bei so kleinem Furchenintervall von der Störung der gezogenen Furchen durch die neu hinzutretenden; denn bei 300 bis 700 Furchen pro Millimeter scheint

1) F. Kurlbaum, Bestimmung der Wellenlänge Fraunhoferscher Linien. Wied. Ann. 33. 1888.

2) L. Bell, On the absolute wave-length of light. American Journal of science and arts (3) 33. 1887 und (3) 35. 1888.

es unvermeidlich, daß beim Ziehen der Diamant nach der Seite der vorhergehenden Furche weniger Widerstand findet als nach der anderen Seite. Die Furche muß daher gewissermaßen den Grabenrand der vorangegangenen schädigen und wird selber auch dabei geschädigt. Endlich käme vielleicht noch eine mechanische Deformation des Gittermaterials im Laufe der Zeit in Betracht (vgl. Bell und Thalén).

Bekannt man sich zu der Ansicht Kaysers' daß alle p. 334 angegebenen Bestimmungen „ungefähr mit derselben Sorgfalt ausgeführt sind, Fehler keinem der Beobachter nachgewiesen werden können, alle sich auf die gleichen Längennormale beziehen, so drängt sich die Frage auf: Wenn man Gitter unter den günstigsten Verhältnissen teilt, d. h. vor allem, wenn man den eben genannten Fehlereinflüssen nach Möglichkeit vorbeugt, wird es dann gelingen, unter solchen Gittern eine bessere Übereinstimmung zu erzielen als bisher, und wie werden sich die ermittelten Werte zu denen von Michelson, Perot und Fabry verhalten? Und andererseits muß es von Wichtigkeit und Interesse sein, die vermutlichen Fehler eines Gitters nach Möglichkeit aufzudecken. Es wird zu zeigen sein, daß die Inkonstanz des Furchenintervalles nach der Theorie eine bestimmte Grenze nicht überschreiten darf, wenn sie nicht die Genauigkeit der Spektrometer- und Komparatormessungen illusorisch machen soll.

Von diesen Betrachtungen ausgehend habe ich auf Anregung des Hrn. Prof. Dr. F. Paschen die nachfolgenden Untersuchungen angestellt.

Es standen mir zu meinen Versuchen zwei nach Hrn. Prof. Paschens Wünschen von H. A. Rowland verfertigte Reflexionsgitter zur Verfügung. Das Material der beiden Gitter ist das auch zu den früheren Rowland'schen Reflexionsgittern benutzte Spiegelmetall; auf einer Fläche von $10,5 \text{ cm}^2$ wurde von J. A. Brashear, Allegheny, eine Kreisebene von etwa $9,5 \text{ cm}$ Durchmesser planpoliert, und auf dieser Ebene — sie war bei beiden Gittern gleich groß — teilte Rowland die Gitter mit seiner besten Teilmaschine. Beide Gitter sind im Jahre 1899 zusammen gefertigt worden, gehören also zu den letzten, die Rowland geteilt hat. Die geteilte Fläche des besseren — die Versuche berechtigten zu diesem Prädikat —

das ich künftig mit G_I bezeichnen werde, ist 79 mm breit und enthält 3120 Furchen, deren Höhe etwa 47 mm beträgt. Das andere Gitter, das G_{II} genannt werden soll, ist 78 mm breit und enthält 3085 Furchen von derselben Höhe wie bei G_I . Beide Gitter haben also annähernd die gleiche Gitterkonstante. Aus diesen Angaben kann man sich sofort klar machen, daß den erwähnten wahrscheinlich bedeutendsten Fehlereinflüssen in höherem Maße vorgebeugt ist, als früher. Trotz der geringen Furchenzahl wird die Breite meiner Gitter nur von den beiden besten Bells übertroffen. Dies gewährt den Vorteil, daß wir die Gitterkonstante als: Breite dividiert durch Furchenzahl mit einer den Spektrometernmessungen entsprechenden Genauigkeit bestimmen können, und außerdem steigern wir die auflösende Kraft des Gitters, wie die Beziehung

$$r = \frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{b}{\lambda} \sin \delta$$

zeigt, wo r die auflösende Kraft, λ und $\lambda + d\lambda$ die beiden Lichtwellenlängen, die noch getrennt erscheinen sollen, b die Gitterbreite und δ den Beugungswinkel bedeuten. Weitere Einzelheiten und Eigenschaften der Gitter I und Gitter II werden an der Hand der jeweiligen Versuche erörtert werden.

Nach dem Vorstehenden war also meine experimentelle Aufgabe folgende: 1. Feinere Untersuchung der beiden Gitter auf ihre Fehler, und zwar einerseits auf Krümmung der Gitterfläche, andererseits auf Inkonzanz des Furchenintervalles. 2. Nochmalige absolute Bestimmung der Wellenlänge einer geeigneten Spektrallinie durch Komparator- und Spektrometermessung. (Der Zeit nach sind die letzteren Messungen vor den Fehleruntersuchungen gemacht.) Meine Versuche wurden im physikalischen Institut der Universität Tübingen in der Zeit von Dezember 1904 bis Ostern 1906 angestellt.

II. Untersuchung der Flächen der beiden Gitter auf Krümmung.

Das zuverlässigste Mittel hierzu, das eine Übersicht über die ganze Gitterfläche auf einmal gestattet, ist zweifellos die Benutzung von Interferenzfransen in der aus dem folgenden Versuche sich ergebenden Weise. Es wurde mir von der Firma C. Zeiss-Jena eine Quarzplatte von der Form eines senkrechten Kreiszyinders (Durchmesser = etwa 10 cm, Höhe = etwa

2 $\frac{1}{2}$ cm) zur Verfügung gestellt; die eine Grundfläche war garantiert eben. Diese Quarzplatte wurde mit ihrer planen Fläche auf die Fläche des Gitters so gelegt, daß sie von dieser durch drei Stahlnadeln, die gleichen Peripherieabstand voneinander hatten, getrennt war; die Stahlnadeln gestatteten, den Abstand der beiden Flächen zu ändern; eine die Flächen verzerrende Adhäsion war ausgeschlossen. Auf die Quarzplatte endlich wurde konzentrisch und direkt das sich gut eignende Fernrohrobjektiv des von mir benutzten und später zu beschreibenden Spektrometers aufgelegt; die ganze Anordnung war solide auf einem Horizont aufgebaut. Darüber wurde nun im Abstand der Objektivbrennweite ein Kreisspiegelchen von wenigen Millimetern Durchmesser ganz wenig seitlich der Objektivachse angebracht, das das Licht der benutzten Natriumflamme auf Objektiv, Quarzplatte und Gitter reflektierte; unmittelbar an dem Spiegelchen vorbei sah man die Interferenzerscheinung, die durch das Zusammenwirken der an den ebenen Flächen der Quarzplatte einerseits und des Gitters andererseits reflektierten Strahlen des Na-Lichtes zustande kam. War die Gitterfläche genau eben, so mußte es möglich sein, alle Interferenzfransen zum Verschwinden zu bringen. Dies gelang bei Gitter G_{II} bis auf eine, die dann eine Breite von etwa 1 cm hatte und annähernd parallel den Gitterfurchen lief; oben und unten war sie ein wenig gekrümmt. Das übrige Gesichtsfeld war vollkommen hell. Nach dieser Einstellung wurde die ganze Anordnung verschiedene Stunden lang zum Zwecke des Ausgleiches eventueller Temperaturdifferenzen sich selbst überlassen; die Erscheinung war aber nachher noch dieselbe wie vorher. Daraus können wir also schließen, daß die geteilte Fläche des Gitters G_{II} keine Differenzen von mehr als $\frac{1}{2} \lambda$ des Natriumlichtes aufweist ($\lambda = 5893$ Å.-E. als Mittel der beiden Linien D_1 und D_2 angenommen).

Genau derselbe Versuch für Gitter G_I ergab folgendes: Es konnte eine Stellung erreicht werden, bei der nur ganz außen an dem linken und rechten Rand der geteilten Fläche ein dunkler Schimmer erschien, während die übrige Fläche gleichmäßig hell war; dies berechtigt zu dem Schluß, daß die geteilte Fläche von G_I keine Differenzen von mehr als $\frac{1}{4} \lambda$ aufweist.

Freilich wissen wir damit über die Art der Krümmung

radius des Konkavgitters gestellt; beide Richtungen bilden den Winkel γ . Jetzt lassen wir paralleles Licht einfallen, also $E_1 A_1 \parallel E_2 A_2$, die Lichtstrahlen bilden mit der einen Gitterstellung den Einfallswinkel $E_1 A_1 N_1 = \alpha_1$, mit der anderen den Einfallswinkel $E_2 A_2 N_2 = \alpha_2$. Wir haben dann folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \sphericalangle E_1 A_1 N_2 &= \sphericalangle F A_1 C = \alpha_2 \\ \sphericalangle E_1 A_1 B &= \sphericalangle T A_1 F = R + \alpha_1 = R + \alpha_2 + \gamma \\ \alpha_1 &= \alpha_2 + \gamma. \end{aligned}$$

Nun wenden wir die tatsächlichen Verhältnisse an; nach ihnen wird die größte Verschiedenheit auf der Gitterfläche

$$\text{für } G_1 \leq \frac{\lambda}{4}, \quad \text{für } G_n \leq \frac{\lambda}{2}, \quad \text{also } A_1 C = \frac{\lambda}{4} \text{ bez. } = \frac{\lambda}{2}.$$

Setzen wir dann $A_1 B$ = der halben Gitterbreite, so erhalten wir

$$\text{für } G_1: \sin \gamma_1 = \frac{2\lambda}{4b} = \frac{\lambda}{2b}$$

$$\text{für } G_n: \sin \gamma_n = \frac{2\lambda}{2b} = \frac{\lambda}{b}.$$

Der $\sphericalangle \gamma$ berechnet sich danach für G_1 zu etwas $3/4''$, für G_n zu etwa $13/4''$.

Der Einfallswinkel könnte also im Höchstfall für die ganze Gitterfläche um jeweils diesen Betrag differieren. Es wird demnach wohl der Schluß berechtigt sein: beide Gitterflächen zeigen von der Ebene so geringe Abweichungen, daß sie praktisch, d. h. im Bereich der Genauigkeit der Messungen als vollkommen eben betrachtet werden können.

III. Untersuchung der beiden Gitter auf Inkonzanz des Gitterintervalles.

Praktisch aber handelt es sich darum, eine Inkonzanz des Furchenabstandes, sei sie nun durch Krümmung der Gitterfläche oder durch die p. 334 angedeuteten Mängel hervorgerufen, quantitativ nachzuweisen. Dazu ist es nötig, wenige Gitterfurchen herauszugreifen und zwar der Reihe nach über das ganze Gitter hinweg von einem Rande zum andern. Die von mir benutzte Methode hatte schon Bell im Auge,¹⁾ scheint

1) L. Bell, Americ. Journ. of science (3) 35. p. 357 ff. 1868.

aber, wie aus seinen Ausführungen hervorgeht, infolge technischer Schwierigkeiten nicht zum Ziel gelangt zu sein. Er kalibriert deshalb seine Gitter komparatorisch, ist sich aber bewußt, daß die Kalibration nur annähernd die Fehler ausgleicht. Dagegen ist es mir gelungen, bei einem Winkel von 26° unter Benutzung der Autokollimation noch von nur 40 Gitterfurchen ein Beugungsbild zu erhalten, das durch photographische Registrierung noch genügend meßbar erscheint. Die Abgrenzung von 40 Furchen geschah mit Hilfe eines Spaltes, der vor der Gitterfläche parallel zu ihr und zu den Furchen vorübergeführt wurde. Die Fehler der Gitterintervalle mußten dann, wenn der Spalt mit geeigneter Schnelligkeit bewegt wurde, dem Auge als Schwanken der Spektrallinie gegen das Fadenkreuz des Okulars erscheinen. So gibt mir meine Methode zur Aufklärung der Gitterfehler unmittelbar die Wirkung derselben auf das Beugungsbild — und das ist ja gerade das Wesentliche — und läßt mich rückwärts mit Sicherheit für jeden gewünschten engen Bereich des Gitters dessen Differenzen des Furchenabstandes ermitteln und linear berechnen; sie dürfte daher der Bells vorzuziehen sein.

Das von mir benutzte Spektrometer war dasselbe, mit dem die Messungen der Beugungswinkel ausgeführt wurden; es war nach speziellen Angaben des Hrn. Prof. Paschen von R. Fuess in Berlin-Steglitz gebaut worden; bezüglich der Einzelheiten verweise ich auf meine Dissertation. Wesentlich zu bemerken ist, daß die beiden Porroschen Mikroskope auf dem Teilkreis 1 Sek. direkt abzulesen und $\frac{1}{10}$ davon zu schätzen gestatteten. Da das ursprünglich zugehörige Fernrohr, sowie Kollimatorrohr wegen zu kleiner freier Öffnung unbrauchbar waren, so wurden sie durch ein von der Firma C. Zeiss in Jena gefertigtes Fernrohr und desgl. Kollimatorrohr aus Aluminium ersetzt. Die beiden zugehörigen Objektive war dreiteilige Apochromate, hatten eine Öffnung von etwa 70 mm und eine Brennweite von 43 cm. Das gewöhnliche Fernrohrokular konnte durch ein Spaltokular ersetzt werden, das ich zu der Mehrzahl meiner Versuche benutzt habe. Die untere Hälfte dieses Okulars ist durch den Spalt und das total reflektierende Prisma, das das Licht durch das Objektiv auf das Gitter wirft, ausgefüllt; in dem oberen Halbkreis sitzt ein Fadenkreuz.

Als Lichtquelle diente mir der im Vakuum erzeugte Quecksilberbogen; Hr. Prof. Paschen hatte mehrere vorzügliche Lampen nach dem Prinzip von Aron hergestellt, die mit 60 Volt und $4\frac{1}{3}$ Amp. außerordentlich hell brannten, und zwar ohne Kühlung ununterbrochen 20 Min. lang.

Die Anordnung für die Abgrenzung einer geringen Anzahl Furchen und für die photographische Registrierung der

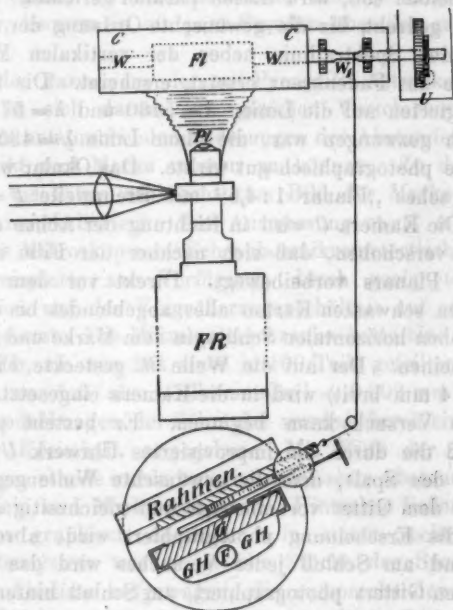


Fig. 2.

auf tretenden Schwankungen der benutzten Spektrallinie ist in Fig. 2 skizziert.

Die Justierung des photographischen Versuches geht in folgenden Etappen vor sich. Das Gitter G wird in den mit dem Spektromertisch verschraubten Gitterhalter GH eingefügt; in diesem Gitterhalter ist mit Hilfe einer mit Quecksilber gefüllten Kapsel ein von J. Haak-Jena bezogenes

Thermometer T eingelassen, dieses reichte von 10° zu 30° C., war in Zehntelgrade geteilt und ließ wenige Hundertstelgrade mit Sicherheit schätzen. (Es wurde darauf geachtet, daß die Temperaturschwankungen während eines oft mehrere Stunden lang dauernden Versuches die Grenze von $0,1^{\circ}$ nicht überstiegen.) Nun wird das Gitter für Autokollimation justiert (vgl. Abschn. V). Der Spalt, der eine geringe Anzahl Furchen herauschneiden soll, wird diesen parallel gerichtet. Der Teilkreis wird gedreht, bis die gewünschte Ordnung der zu photographierenden Spektrallinie neben der vertikalen Marke im Okular, die das Fadenkreuz ersetzt, erscheint. Die benutzten Filme reagierten auf die Linien $\lambda = 5460$ und $\lambda = 5790$ kaum, so daß ich gezwungen war, die blaue Linie $\lambda = 4358$ zu benutzen, die photographisch gut wirkte. Das Okular wird durch ein Zeissches „Planar 1:4,5“ mit Brennweite $F = 35$ mm ersetzt. Die Kamera C wird in Richtung der Achse des Fernrohres so verschoben, daß sich nachher der Film in Brennweite des Planars vorbeibewegt. Direkt vor dem Film ist durch einen schwarzen Karton alles abgeblendet bis auf einen 1,5 mm hohen horizontalen Schlitz, in dem Marke und Spektrallinie erscheinen. Der auf die Welle W gesteckte Film (engl. Fabrikat, 4 mm breit) wird in die Kamera eingesetzt, und der eigentliche Versuch kann beginnen. Er besteht prinzipiell darin, daß die durch ein improvisiertes Uhrwerk U gedrehte Welle W_1 den Spalt, dem die gewünschte Weite gegeben ist, direkt vor dem Gitter vorbeibewegt und gleichzeitig den Film, auf den die Erscheinung photographiert wird, abrollt. Am Anfang und am Schluß jedes Versuches wird das Bild des unbedeckten Gitters photographiert, am Schluß hinterher noch einmal nach Drehung des Winkels um 60° , so daß also die Schwankungen nachher ihrem sekundlichen Betrag nach gemessen werden können. Wegen des geringen mir zur Verfügung stehenden Raumes muß ich mich hier auf diese kurze Darstellung beschränken. Eingehend findet sie sich in meiner Dissertation; vor allem habe ich dort ausführlich eventuelle äußere Fehler behandelt, die gleichfalls zu scheinbaren Schwankungen des Spektralbildes auf dem Film, die also nicht von der Inkonstanz des Furchenintervalles herrühren, Anlaß geben und böse Irrtümer hervorrufen könnten. Ich habe auch an-

gegeben, wie ich solchen Fehlern vorgebeugt habe (vor allem durch möglichste Variation der Versuche).

Die Grenze der meßbaren Sichtbarkeit war etwa 40 Furchen abgegrenzt bei einem Winkel $i = 26^{\circ} 1'$; dabei war aber die nötige Expositionszeit so groß, daß ich mich damit begnügen mußte, kurze Verschiebungsetappen von gleichem Abstand sukzessive aus dem Gitter herauszugreifen, während ich bei weiterem Spalt, wo eine bedeutend kürzere Expositionszeit nötig war, bequem in ein paar Stunden über das ganze Gitter wegkam.

Bei der *Ausmessung* der mit Pyrogallol entwickelten *Films* handelte es sich darum, die gleichen Verschiebungsstücken des Spaltes entsprechenden Änderungen des Abstandes zwischen Spektralbild und Marke messen zu können. Zu dem Zweck habe ich die Films senkrecht zum Bild der Marke auf einer Teilmaschine kalibriert. Zur Ausmessung stand mir ein gewöhnliches Mikroskop samt Schraubenmikrometertisch mit drehbarer Kreisplatte zur Verfügung; durch geeignete Linsen-kombination war das Vergrößerungsverhältnis auf etwa 1:2,5 heruntersetzt. Die Mikrometerschraube hatte eine Ganghöhe von 0,2 mm, sie war mit einer in 100 Teile geteilten Trommel versehen, so daß also 1 Trommelteil = 0,002 mm war, die ganzen Umdrehungen der Schraube wurden durch einen Zeiger auf einer Kreisskala angegeben. Mit Hilfe der bekannten Justierungsmethode wurde immer der kürzeste Abstand zwischen Spektrallinie und Marke gemessen. Hinterher ließen sich die Messungen graphisch darstellen: in einem rechtwinkeligen Koordinatensystem wurden gleiche Stücke der Spaltverschiebung als Abszisse aufgetragen, die entsprechenden Abstände zwischen Marke und Spektrallinie gaben die zugehörigen Ordinate, so daß die Schwankungen durch eine Kurve übersichtlich veranschaulicht waren.

Meine wichtigsten Versuche sind folgende.

A. *Sechs Etappenmessungen mit engem Spalt: 1 mm = etwa 40 Furchen für Gitter G_1 .*

$\lambda = 4358 \text{ \AA.-E.}$ 51. Ordnung links, $\neq i = 26^{\circ} 1'$. Jeder Etappe entspricht eine Expositionszeit von 40 Minuten und 360 Umdrehungen des kleinsten Rades des Uhrwerkes = 3,5 mm Spaltverschiebung gleich etwa 141 Furchen (also ganze Anzahl

der zur Wirkung gekommenen Furchen = $141 + 40 = 181$). Einer Umdrehung des größten Rades des Uhrwerkes entspricht eine Spaltverschiebung von etwa 9,3 mm. Zwischen je zwei Etappen liegt eine Spaltverschiebung von etwa 10 mm.

Ich begnüge mich hier damit, das Zahlenmaterial der „Etappe IV“ zur Veranschaulichung der Messungen wiederzugeben. Ich habe sämtliche Messungen wiederholt, wie Kolumne *V a* zeigt; jede Zahl dieser Kolumne bedeutet das Mittel einer dreimaligen Einstellung auf die Mitte der Spektrallinie, in Kolumne *V b* sind beide Messungen zum Mittel vereinigt. Die Bedeutung der übrigen Kolumnen ist folgende: I bedeutet die Temperatur t während der photographischen Aufnahme, II die Länge des Filmstreifens, III die auf ein Kalibrationsintervall entfallende Furchenverschiebung, IV das Kalibrationsintervall, bei dem gemessen wurde, *VI a* die größte Differenz des Abstandes zwischen Marke und Beugungsbild innerhalb einer Etappe, *b* die entsprechende Differenz in Bogensekunden, *c* die entsprechende Differenz der Gitterkonstanten c .



Fig. 8. Nebenstehend gebe ich eine Kopie der Etappe wieder, rechts ist die Marke, links die Spektrallinie; leider lassen aber die Kopien im Vergleich zu den Originalen zu wünschen übrig.

Auswertung der Differenz von 60 Bogensekunden.

Ganzes Gitter. 17. Januar 1906.

Stellung	Marke rechter Rand	Spektrallinie		Mitte	Abstand Marke gegen Mitte	Differenz II—I
		rechter Rand	linker Rand			
I	2,081	7,936	8,858	8,997	6,816	0,817
II = I + 60''	2,081	8,752	9,676	9,214	7,133	

Es ist für das mittlere Beugungsbild die Differenz Marke gegen Beugungsbild auf dem Film gleich 6,816 mm.

Einer Drehung des Teilkreises um 60'' entspricht eine Verschiebung des Spektralbildes auf dem Film um 0,817 mm.

Die Etappenmessung.

I		II	III	IV	V		VI		
θ		in mm			Abstand Marke rechter Rand geg. λ Mitte in mm		Größte Differenz		
a	b				a	b	a	b	c
20,93°				1	6,544	492	6,518	28"	70,6 λ -E. = 1:3600
				2	6,578	572	6,575		
				3	6,478	482	6,455		
20,95°				4	6,290	228	6,259		
				5	6,246	266	6,256		
20,95°	20,95°	15,1	8	6	6,274	260	6,267		
				7	6,338	340	6,339		
20,97°				8	6,274	260	6,267		
				9	6,280	290	6,285		
				10	6,273	309	6,291		
				11	6,358	361	6,357		
				12	6,362	350	6,356		
20,98°				13	6,354	358	6,356		
				14	6,266	268	6,267		
				15	6,199	217	6,208		
				16	6,218	232	6,225		
				17	6,217	218	6,217		

Die nachstehenden sechs Kurven veranschaulichen in dem p. 343 angegebenen Sinne das Variieren des Furchenintervalles für alle sechs Etappen des Versuches. Die vierte Kurve von oben in Fig. 4 entspricht der in extenso mitgeteilten Etappe IV, die überall durchgezogene Gerade dem Beugungsbild des unbedeckten Gitters.

Die Genauigkeit der Ausmessungen ist, wie man sieht, wegen der Undeutlichkeit der Spektrallinie nicht gerade groß, der Fehler kann ein paar Hundertstelmillimeter gleich etwa 4 Bogensekunden betragen, wird aber im allgemeinen 2 Sek. kaum übersteigen.

Der vorstehende Versuch zeigt, daß wir es bei Abgrenzung von wenig Furchen mit sehr erheblichen Schwankungen zu tun haben, d. h. wir können von einer „Gitterkonstanten“ überhaupt nicht reden. Es ist die größte Differenz des Abstandes zwischen Marke und Spektrallinie innerhalb des ganzen Versuches: Fig. 4: vierte Kurve; 2 — erste Kurve; 14 = 33,5" = 84,5 A.-E. (1:3000) Differenz

des Furchenintervalles. Auffallend ist, daß die beiden Etappen I und II durchweg unter der Linie des Bildes des ganzen Gitters liegen; dementsprechend wäre bei diesem Rande des Gitters G_1 die Gitterkonstante durchweg zu groß. Die späteren Versuche

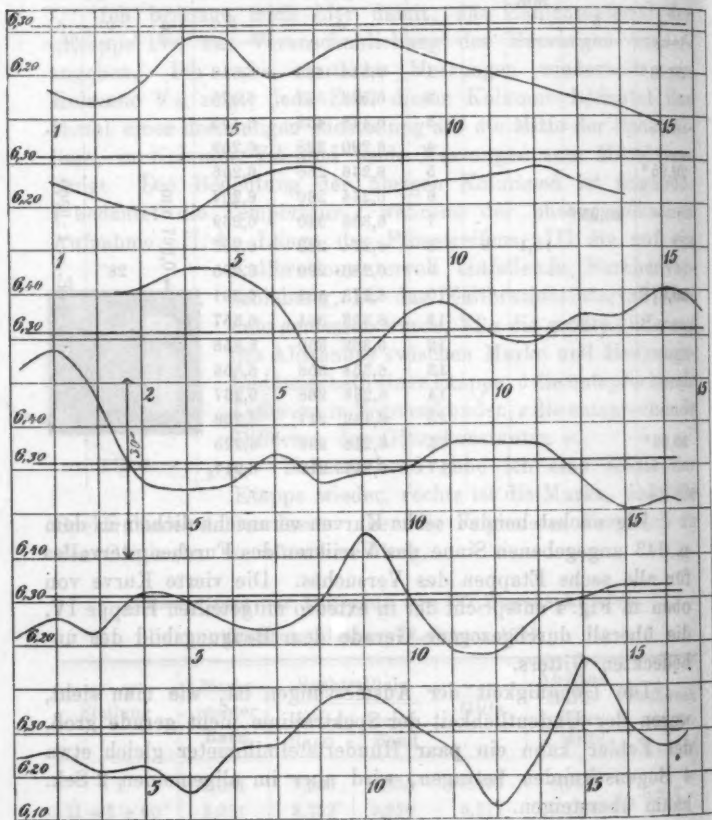


Fig. 4.

mit weiterem Spalt bestätigen diese Tatsache. Ähnliches hat übrigens Bell bei seinen erwähnten Kalibrationen gefunden.

Periodische Fehler sind nach dem vorliegenden Versuch nicht nachzuweisen; sind solche wirklich vorhanden, so sind

sie augenscheinlich durch andere Fehler der Furchen, die bald phasenverstärkend (vgl. fünfte Kurve, 9), bald abschwächend einwirken, so beeinflußt, daß sie als solche gar nicht mehr zur Geltung kommen und keine praktische Bedeutung haben. Die Theorie Rowlands für periodische Fehler der Gitterverteilung¹⁾ kann deshalb keine Anwendung finden.

Es folgte dann ein *Versuch B*, um zu ermitteln, in welchem Verhältnisse die Schwankungen bei Vermehrung der Anzahl gleichzeitig zusammenwirkender Furchen abnehmen. Benutzt wurde ein Stück aus der Mitte des Gitters G_1 bei genau derselben Stellung wie im Versuch *A*. Für ein bestimmtes Stück von etwa 25 Furchen Verschiebung — um ein beliebiges Zahlenbeispiel herauszugreifen — änderte sich die Schwankung folgendermaßen:

Zusammen- wirkende Furchen	{	100; Schwankung = 0,021 mm = 1,6" = 4,0 Å.-E. Diff. von c
		80; " = 0,043 " = 3,2" = 8,1 " " " c
		60; " = 0,110 " = 8,3" = 20,9 " " " c
		40; " = 0,140 " = 10,5" = 26,5 " " " c

Eine Gesetzmäßigkeit zwischen diesen Zahlen ist nicht nachweisbar, kann aber auch kaum vorhanden sein, solange die Furchenintervalle sich nicht gesetzmäßig ändern.²⁾

Ich habe dann für Gitter G_n zwei Versuche analog *A* und *B* angestellt. Das Ergebnis war quantitativ und qualitativ wesentlich dasselbe wie für G_1 .

Damit verließ ich die Versuche mit engem Spalt, also geringer Furchenzahl. Wichtig war es dagegen und wegen der Praxis von Interesse, ob die Gitter auch noch beim Herausgreifen einer beträchtlichen Zahl von Furchen — ich habe meist 200 genommen — an verschiedenen Stellen Differenzen gegen das Spektralbild des ganz unbedeckten Gitters zeigten und von welchem Betrag. Dieser Versuch konnte wegen der geringen nötigen Expositionszeit über das ganze Gitter gemacht werden, was natürlich von Bedeutung war. Ich habe solche

1) H. A. Rowland, *Gratings in theory and practice; Astronomy and Astrophysics* 12. 1893.

2) Dieser und die nachfolgenden Versuche sind in meiner Inaug.-Dissertation ausführlich mit Zahlenmaterial und Kurven wiedergegeben. Ich muß mich hier darauf beschränken, die Resultate mitzuteilen.

Zusammenstellung der Versuche mit weitem Spalt über das ganze Gitter.
 $\lambda = 4358 \text{ \AA.-E.}$

Gitter	Datum	Kennzeichen des Versuches	Breite des Gitterspaltes	GröÙte Temperaturdifferenz bei Aufnahmen	Stellung des Gitters	Durchmesser der Filmachse *	Ausgewertetes Gitterstück	Länge des Films	60" mm Differenz	Lage d. Spektralbildes bei unbedecktem Gitter	Lage** der Schwerlinie	GröÙte Schwankung			Bemerkungen
												in mm	in Sek.	in Einfluß auf σ	
G_1	11. III. 1906	O ganzes Gitter	5 mm	0,08°	R_1 rechts 51. O. rechts $\delta = 26^\circ 1'$	8 mm	57,54 211,8	0,381	2,481	2,491	0,115	8,3"	20,9 \AA.-E. (1: 12000)		
"	11. II. 1906	D g. G.	"	0,09°	R_1 rechts 51. O. links $\delta = 26^\circ 1'$	"	53 mm 188,3	0,51	4,350	4,350	0,137	10,2"	25,8 \AA.-E. (1: 9700)	Ich habe bezüglich der größten Schwankung von dem etwas unsicheren Randwert abgesehen	
"	19. III. 1906	E g. G.	"	0,05°	R_1 rechts 52. O. links $\delta = 28^\circ 34'$	4 mm	52 mm 120,5	0,81	1,948	1,931	0,129	9,6"	24,2 \AA.-E. (1: 10000)		
"	15. III. 1906	C_1 Gitterfang und -ende	"	0,04°	Stellung wie O	8 mm	—	—	0,79	1,866	—	—	—	Kontrolliert O und bestätigt es	
"	20. III. 1906	E_1 Gitterfang und -ende	2,5 mm	0,10°	Stellung wie E	4 mm	—	—	0,79	1,960	—	—	—	Kontrolliert E	
G_{II}	1. III. 1906	F ganzes Gitter	5 mm	0,14°	R_1 rechts 39. O. rechts $\delta = 19^\circ 34'$	8 mm	55,1 194,6	0,86	2,934	2,956	0,145	10,1"	85,0 \AA.-E. (1: 7000)	Bezüglich der größten Schwankung siehe ich wieder von den Randwerten 1,5 und 100,1 ab	
"	23. III. 1906	G g. G.	3 mm	0,07°	R_1 rechts 39. O. links $\delta = 19^\circ 35'$	4 mm	48,6 139,6	0,76	8,324	8,250	0,116	9,2"	81,8 \AA.-E. (1: 7800)		

* Der Achse, die den Film aufwickelt.

** Mittel aller Werte des Abstandes Marke gegen λ .

Versuche für beide Gitter in den verschiedensten Stellungen gemacht, um vor den früher als möglich geschilderten äußeren Fehlern sicher zu sein. Es war nunmehr die Spektrallinie so deutlich und scharf begrenzt, daß ich sehr wohl auf ihre Ränder einstellen konnte. Die Sicherheit der Einstellung ist somit gegen A und B bedeutend größer.

Diese Versuche sind im Original bezeichnet mit „C“ bis „G“; in der nachstehenden Tabelle sind ihre Resultate zusammengestellt. Beim Gitter G_{II} trat die Eigentümlichkeit auf, daß an einem Rande die Spektrallinie gespalten und sich überlagernd erschien; „F“ zeigt dies so stark, daß es die Messung beeinflusst.

Die Versuche ergeben, daß wir es bei beiden Gittern auch bei weitem Spalt, wo 200 Furchen zusammenwirken, noch mit merklichen Schwankungen des Beugungsbildes zu tun haben.

Weitere Erörterungen darüber werde ich zweckmäßig an die Besprechung der Resultate des nunmehr folgenden Versuches der

absoluten Messung der Lichtwellenlängen

der beiden Quecksilberlinien 5460 Å.-E. und 5791 Å.-E. anschließen.

Die sich aus der Theorie der Beugung des Lichtes ergebende Grundformel für die Bestimmung einer Lichtwellenlänge nach der Gittermethode ist

$$m\lambda = c\{\sin(\delta + i) - \sin i\}.$$

Hierin bedeutet λ die zu ermittelnde Lichtwellenlänge, c die Gitterkonstante, i den Einfallswinkel, δ den Beugungswinkel des benutzten Lichtes, m die Ordnung.

IV. Die Gitterkonstante.

Trotz der Ergebnisse des vorigen Abschnittes war ich zunächst auf die gebräuchliche praktische Definition: Gitterkonstante = Gitterbreite dividiert durch Anzahl der Furchenintervalle angewiesen. Zur Breitenmessung stand mir ein kleiner Zeisscher Komparator zur Verfügung; das auf das Gitter sehende Mikroskop vergrößerte etwa 60fach, trennte also zwei Furchen (etwa 40 auf 1 mm) sehr gut und ließ auch Einzelheiten ihrer Form erkennen. Bei geeigneter Beleuchtung

erschien die ungeteilte Gitterfläche dunkel, auf ihr hob sich jede Furche entsprechend der Form des Diamanten, der sie gezogen hatte, als ein System von vier hellen parallelen Linien ab; ihre nähere Betrachtung ließ auf Trogform schließen. Es zeigte sich, daß die Furchen von Gitter G_1 bedeutend glänzender und schärfer erschienen als die von G_{II} . Bei der Größe des Gitterintervalles gelang es mit Leichtigkeit, die Furchen zu zählen; es ergaben sich

3119 Intervalle auf 79,0 mm für Gitter G_1
und 3084 " " 78,2 " " " G_{II} .

Im Verlauf meiner Versuche erwies sich jedoch der kleine Zeiss'sche Komparator als den großen Genauigkeitsansprüchen nicht genügend. Deshalb wurden am Schluß derselben beide Gitter an die Normaleichungskommission nach Berlin geschickt, wo ihre Breite mit den dortigen Hilfsmitteln noch einmal gemessen wurde. Der Bericht über diese Messungen, die nach bekannter Methode erfolgten, findet sich in meiner Dissertation in extenso wiedergegeben. Das Resultat der angestellten vier Messungsreihen, die je 32 Versuche umfassen, ist folgendes:

Gitter	Breite reduziert auf 17°	Abweichung vom Gesamtmittel	Größte Temperatur- differenz der ganzen Messungsreihe
G_1	79 mm + 50,1 μ	$\pm 0,5 \mu$	17,66—16,01°
G_I	+ 50,7	$\pm 0,3$	17,14—15,97
G_{II}	78 mm + 162,2	$\pm 0,4$	17,96—16,35
G_{II}	+ 163,1	$\pm 0,4$	17,58—16,41

Die N.E.C. bemerkt: „Die Unsicherheit des absoluten Betrages der Gitterbreiten ist für die Zimmertemperatur von +17° C. auf etwa $\pm 1/2 \mu$ anzunehmen. Wird bei einer anderen Temperatur beobachtet, so kommt zu dieser Unsicherheit noch der mögliche Fehler in der Annahme der Ausdehnung, welchen wir auf $\pm 0,5 \mu$ für 1° C. und 1 m Länge veranschlagen, hinzu.“

Als Schlußresultat ergibt sich für die Breite der Gitter,

also für den Abstand der Mitte des ersten und der Mitte des letzten Striches, senkrecht zu den Gitterstrichen gemessen:

$$G_1 = 79,0504 \text{ mm bei } 17^\circ \text{ C.}$$

$$G_{II} = 78,1629 \text{ „ „ } 17^\circ \text{ C.}$$

Damit wird die *Gitterkonstante*

$$\text{für Gitter } G_1 \text{ } c = 25,3447, \mu \text{ bei } 17^\circ,$$

$$\text{„ „ } G_{II} \text{ } c = 25,3446, \mu \text{ „ } 17^\circ.$$

Die Unsicherheit dieser beiden absoluten Werte dürfte nach der Annahme der N.E.C. (vgl. p. 350) für 17° C. nicht größer als $\pm 0,0002 \mu$ sein.

Den

Ausdehnungskoeffizienten s meines Gittermaterials

habe ich einerseits durch Vergleichung der Gitterbreite bei verschiedenen hohen Temperaturen, andererseits nach der von Kurlbaum angegebenen Methode¹⁾ ermittelt und dabei nach den Bestimmungen von Kayser und Runge²⁾ den Brechungsexponenten der nicht trockenen Luft bei 16° und 760 mm Druck für die Wellenlänge des von mir benutzten Lichtes Hg 5460 \AA. -E. als $n = 1,0002763$ zugrunde gelegt. Der Ausdehnungskoeffizient für die beiden Gitter ergab sich im Mittel als $s = 18,26 \mu$ pro 1° C. und 1 m mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,10 \mu$.

Es sind nun die von mir verwerteten Präzisionsspektrometermessungen für G_1 in den Temperaturgrenzen 15 und 19° , für G_{II} in den Grenzen 13 und 23° (einmal bei $11,5^\circ$) gemacht, die Gitterbreitenmessungen fanden für G_1 zwischen $15,97$ und $17,66^\circ$, für G_{II} zwischen $16,35$ und $17,96^\circ$ statt. Es ist somit die größtmögliche Temperaturdifferenz zwischen Gitterbreiten- und Spektrometermessung rund 6° .

Nun würde aber ein Fehler des Ausdehnungskoeffizienten von $0,5 \mu$ bei einer solchen maximalen Differenz von 6° einen Fehler der Gitterkonstante von nur $3 : 1\,000\,000$ bedingen; dieser Fehler ist aber kleiner als die durch Beobachtungsfehler hervorgerufene Unsicherheit, und wir können den Ausdehnungskoeffizienten als mit genügender Genauigkeit ermittelt betrachten.

1) F. Kurlbaum, Wied. Ann. 33. p. 393 ff. 1888.

2) H. Kayser u. C. Runge, Wied. Ann. 50. 1893; auch Berliner Akademie 1893.

V. Die Messung der Beugungswinkel.

Das von mir benutzte Spektrometer, Gitterhalter und Thermometer sind bereits in Abschnitt III geschildert.

Die schon p. 349 mitgeteilte, aus dem Huygenschen Prinzip hervorgehende Gleichung für die Bestimmung einer Lichtwellenlänge durch Gittermessungen lautet:

$$(1) \quad m\lambda = c[\sin(\delta + i) - \sin i].$$

Steht die Gitterfläche senkrecht zum einfallenden Strahl, so wird $i = 0$, und (1) geht über in

$$(2) \quad m\lambda = c \sin \delta.$$

Wenn wir die der in Gleichung (1) entsprechende Ordnung auf der anderen Seite des direkten Bildes betrachten, so können wir (1) auch schreiben:

$$m\lambda = c[\sin i + \sin(\delta - i)].$$

Bei Benutzung des Spaltokulares fallen nun einfallender und gebeugter Strahl zusammen, d. h. es wird

$$\delta = 2i.$$

Damit gibt die vorstehende Gleichung:

$$(3) \quad m\lambda = 2c \sin i.$$

Diese Stellung entspricht dem Minimum der Ablenkung.

Die beiden Beobachtungsmethoden, denen die Gleichungen (3) und (2) zugrunde liegen, sind ausschließlich von mir angewandt worden — vor allem die Spaltokularmethode. Sie erfordern beide kein Einstellen auf das direkte Bild, was bei meinen Objektiven wegen Parallaxe unmöglich war; ich habe bei meinen Messungen stets auf gleich hohe Ordnungen links und rechts eingestellt und das Winkelergebnis halbiert.

Die Justierung für die Methode des Spaltokulares war die denkbar einfachste. Fernrohrachse und Kollimatorrohrachse fielen zusammen. Nachdem die zur Justierung fast ausschließlich benutzte, für das Auge hellste grüne Quecksilberlinie (5460 Å.-E.) und der als Marke dienende Spalt keine Parallaxe mehr gegeneinander hatten, wurde mit Hilfe der beiden Schrauben des Spektromertisches die Gitterstellung so reguliert, daß, wenn das Gitter mit Hilfe des Teilkreises gedreht wurde — bei dieser Methode stand das Fernrohr stets fest —,

die oberen (scheinbar unteren) Ränder der vorbeiwandernden Spektralbilder der verschiedenen hohen Ordnungen links wie rechts alle den oberen Rand des Spaltes berührten; damit standen die Gitterfurchen parallel zu ihrer Drehachse, d. h. zur Drehachse des Spektromertisches. Dann wurde durch eine minimale gleichmäßige Drehung an beiden Schrauben des Spektromertisches das Gitter um eine Idee geneigt, so daß das Spektralbild ein wenig in den Spalt hineinragte, damit er als Marke benutzt werden konnte. Damit war die Justierung beendet.

Die Justierung des Spektrometers für Benutzung des Kollimatorrohres ist wesentlich komplizierter. Die einzelnen Schritte derselben sind aber allgemein bekannt und gebräuchlich, so daß ich eine ausführliche Beschreibung für überflüssig halte. Eine solche gibt übrigens Kurlbaum¹⁾; ich habe im wesentlichen ebenso justiert.

Zunächst habe ich eine Reihe von Versuchen zur allgemeinen Orientierung mit der Anordnung für Autokollimation gemacht.

Die Formel

$$m\lambda = 2c \sin i$$

zeigt, daß hier die Spektralbilder einer bestimmten Wellenlänge verschieden hoher Ordnungen schnell aufeinander folgen müssen, wenn man berücksichtigt, daß die Gitterkonstante von der Größe 25μ ist; es wäre im idealen Fall für $\sin i = 1$ noch eine 90. Ordnung möglich ($\lambda = 5460 \text{ \AA.}$ -E. zugrunde gelegt). Es zeigte sich auch bei diesen Versuchen Gitter G_1 dem Gitter G_{11} an Helligkeit der Spektralbilder überlegen. Beide Gitter wiesen Geister auf, die aber so schwach waren, daß sie die Hauptspektren nirgends störten. Es zeigten ferner beide, daß der ideale Fall, nach dem die Intensität der Spektren mit wachsender Ordnung abnehmen müßte, beim praktischen Gitter keineswegs zutrifft. Da ich nun für meine Winkelmessungen stets zwei korrespondierende Ordnungen links und rechts benutzt habe, so schieden aus der großen Zahl der vorhandenen Spektralbilder (deutlich wahrnehmbar war bei G_{11} noch etwa die 75. Ordnung, bei Gitter G_1 kam ich noch über

1) F. Kurlbaum, Wied. Ann. 33. p. 383 ff. 1888.

die 80. hinaus) nur wenige aus, die wegen ihrer gleich intensiven Bilder links wie rechts für meine Zwecke brauchbar waren. Letzteres war, abgesehen von den ersten Ordnungen, die ich wegen der zu kleinen Winkel nicht benutzt habe, der Fall bei Gitter G_1 für die folgenden Ordnungen links und rechts:

G_1	{	20. Ordnung; Winkel ϵ annähernd = $12^\circ 26'$
		39. " " " " = 24 50
		53. " " " " = 34 49
		65. " " " " = 44 27
		81. " " " " = 60 46

Bei Gitter G_{II} waren es folgende Ordnungen:

G_{II}	{	22. Ordnung; Winkel ϵ annähernd = $13^\circ 42'$
		41. " " " " = 26 13
		72. " " " " = 50 52

Ich habe dann weitgehende Versuche angestellt, um zu ermitteln, ob die Spektrallinien verschieden hoher Ordnungen und verschiedener Ordnungen links und rechts eine verschiedene Einstellung erforderten; ich habe aber trotz der Empfindlichkeit des Objectives, wenn einmal die Spektrallinie in einer Ordnung sicher eingestellt war, in keiner anderen der von mir benutzten eine Parallaxe finden können, ein Beweis für die Güte der Gitter.

Bei den Versuchen mit dem Kollimatorrohr war es wegen des großen Durchmessers der beiden Rohre nicht möglich, das Fernrohr dem Kollimatorrohr auf mehr als einen Winkel von 57° zwischen beiden zu nähern. Es war also die niederste Ordnung, die zu beobachten war, die 38. Brauchbar waren die 39. bis 42. Ordnung, diese waren dafür sehr lichtstark.

Die endgültigen Messungen.

Benutzt habe ich bei diesen ausschließlich die beiden Quecksilberlinien: grün 5460 Å.-E. und gelb 5791, während ich auf die verhältnismäßig lichtschwache Linie 4358 verzichtete.

Eine Kalibration des Teilkreises habe ich nicht vorgenommen, statt dessen wurde der Teilkreis bei jeder Messungsreihe anfangs je 6mal um 60° gedreht und dann jedesmal wieder gemessen; der Erfolg dieser Versuche berechtigte mich bald, mich mit einer einmaligen Repetition um 90° zu begnügen, so daß der Einfluß der Exzentrizität ausgeglichen war.

Ich habe, wie man aus den folgenden Tabellen sieht, mich bei den Präzisionsmessungen fast ausschließlich der Methode

des Spaltokulares bedient, da diese sehr einfach, schnell und sicher zu arbeiten gestattet.

Ich lasse nunmehr das *Schema einer Präzisionsmessungsreihe* zur allgemeinen Orientierung folgen; dementsprechend sind sämtliche im folgenden verwerteten Messungen ausgeführt. Den Luftdruck habe ich an einem im großen Praktikumsaale des physikalischen Instituts, in dessen nächster Nähe mein Zimmer lag, befindlichen Gefäßbarometer abgelesen; die Skala desselben war in Millimeter geteilt, ein Nonius gestattete ein Zehntelmillimeter abzulesen. Die untereinander stehenden Sekundenablesungen in folgendem Schema, die nachher zum Mittel vereinigt sind, entsprechen je einer Einstellung auf die Spektrallinie und sind jedesmal das Mittel einer dreimaligen Einstellung des Doppelfadens auf den respektiven Skalenstrich des Teilkreises.

Gitter *G*, Hg grün 5460. Autokollimation, 65. Ordnung.
Einmal um 90° umgelegt. (28./III. 1905.)

Teilkreis- stellung	Temp.	Druck in mm	65. Ord- nung	Ablesemikroskop I (nächst d. Fernrohr)		Ablesemikroskop II	
				Einzel- einstellungen	Mittel d. Sek.	Einzel- einstellungen	Mittel d. Sek.
Stellung I	14,76°	729,0 bei 14,2°	links	37,1''	37,23''	58,7''	58,58''
				18° 16' 37,0 37,6		198° 18' 53,1 58,8	
	14,77	=	rechts	289 22 42,9	42,97	119 19 57,4	57,68
				727,21 bei 0°	43,1	58,1	
14,78		links	18 16 38,1 38,4	38,25	198 13 54,0 54,4	54,25	
Stellung II Teilkreis gegen I um 90° umgelegt	14,79°	729,0 bei 14,3°	links	34,0''	34,07''	54,9''	55,00''
				108° 16' 34,2 34,0		288° 18' 55,1 55,0	
	14,79	=	rechts	19 22 40,0	39,67	209 19 57,9	57,50
				727,20 bei 0°	39,3	57,4	
14,79		links	108 22 33,9 34,1	34,00	288 13 55,3 55,0	55,10	

Es wird also:

$$\text{Stellung I: } 2i = 88^{\circ} 58' \left. \begin{array}{l} \{ 54,26 \\ \{ 55,90 \\ \{ 55,28 \\ \{ 56,62 \end{array} \right\} 55,51''$$

$i = 44^{\circ} 26' 57,76''$ bei $14,77^{\circ}$ und $727,21$ mm Druck,

$$\text{Stellung II: } 2i = 88^{\circ} 58' \left. \begin{array}{l} \{ 54,40 \\ \{ 57,50 \\ \{ 54,80 \\ \{ 57,60 \end{array} \right\} 55,96''$$

$i = 44^{\circ} 26' 57,98''$ bei $14,79^{\circ}$ und $727,20$ mm Druck.

Hierauf habe ich aus jeder dieser beiden Bestimmungen für sich die Wellenlänge λ berechnet, und das Mittel aus den beiden erhaltenen Werten nenne ich das endgültige Resultat einer Messungsreihe.

Die in den folgenden Tabellen an den Wellenlängen angebrachten Korrekturen wegen Temperatur und Luftdruck ergaben sich aus der Beziehung

$$\lambda \left(1 + 0,00000039 \frac{p}{1 + \alpha t} \right) = \text{konst.}^1),$$

wo λ eine bestimmte Wellenlänge, p den Druck in Millimetern (für das Quecksilberbarometer) und t die Temperatur bedeuten. Dementsprechend wächst λ ungefähr auf $+1^{\circ}$ um $0,95 \cdot 10^{-6} \lambda$ und auf -1 mm Druck um $0,36 \cdot 10^{-6} \lambda$.

Die Bedeutung der Kolonnen der folgenden Tabellen ist, soweit nicht direkt darüber gedruckt, folgende: II die benutzte Spektrallinie in Å.-E., III die Methode der Spektrometermessungen, IV die Ordnung, V die Anzahl der Repetitionen, VI die Beobachtungstemperatur in Celsiusgraden, und zwar α) das Mittel, β) die größte Differenz während einer Messung, VII den Luftdruck auf 0° reduziert, VIII den Beugungswinkel i bez. δ und zwar α) das Mittel der vier Differenzen, β) die größte Differenz der Sekunden, IX die Gitterkonstante c in μ ausgedrückt und reduziert auf die Temperatur der Winkelmessung, X die Wellenlänge λ für Temperatur und Druck der

1) Es ist dies dieselbe Formel, die Kohlrausch (Prakt. Phys. 1901, IX. Aufl. p. 588) angibt; sie genügte, wie ich geprüft habe, für meine Bedürfnisse.

Winkelmessung, XI die Korrekturen für λ wegen t) Temperatur und δ) Druck zur Reduktion auf 20° und 760 mm, XII λ reduziert für die einzelnen Messungen, XIII das Schlussergebn λ für jede Messungsreihe als Mittel der einzelnen Messungen, XIV die Abweichungen der einzelnen Messungen von diesem Mittel, XV die Abweichung jeder Messungsreihe vom Gesamtmittel aller Reihen, also von der definitiven unten angegebenen Wellenlänge; in XVI habe ich zur Orientierung noch den Fehlereinfluß von α) 1° C., β) 1 mm Druck und γ) $1''$ des Winkels i bez. δ auf die Lichtwellenlänge λ angegeben. Alle Größen von X bis XVI sind in Å.-E. ausgedrückt.

Die Vergleichsmessung in verschiedenen hohen Ordnungen für Gitter G_I ist so umfassend, wie sie es bei keinem früheren Beobachter sein konnte; sie hat vollkommen befriedigende Übereinstimmung gegeben, da alle Differenzen innerhalb der erwähnten Fehlergrenzen liegen. Dasselbe ist auch für Gitter G_{II} zu erwarten, da die Autokollimationsmessungen und die Messung mit Kollimatorrohr, bei der der Beugungswinkel etwa $2\frac{1}{2}$ mal so groß ist wie bei den ersteren, auch wieder volle Übereinstimmung geben.

Das Endergebnis der Spektromettermessungen mit Benutzung der Gitterbreitenwerte der N.E.C. ist nach den nachstehenden Tabellen für 20° C. und 760 mm Druck folgendes:

Gitter G_I .

Mittelwert für $\lambda_{\text{grün}} = 5460,78, \text{Å.-E.}$

„ „ $\lambda_{\text{gelb}} = 5790,71, \text{ „}$

Gitter G_{II} .

Mittelwert für $\lambda_{\text{grün}} = 5460,75, \text{Å.-E.}$

„ „ $\lambda_{\text{gelb}} = 5790,67, \text{ „}$

Das Mittel beider Gitterresultate wird somit:

$\lambda_{\text{grün}} = 5460,76,$

$\lambda_{\text{gelb}} = 5790,69.$

Die Ungenauigkeit der Resultate jedes Gitters für sich infolge von Beobachtungs- und Instrumentalfehlern (vgl. auch die Angabe der N.E.C. p. 350) dürfte für die Linie 5460 wenige Hundertstel Ångström kaum überschreiten, für die

Ergebnisse der

I Datum 1905	II	III	IV	V	VI			VIII Beugungswinkel		IX Gitter- kon- stante c
					α	β	b	α	β	
22. III.	Hg 5460 grün	Autokolli- mation	20	2 mal um 90°	19,16	0,06	730,37	12° 26' 31,54"	1,0'	25,3458 ₂
					17,71	0,00	727,53	33,00	0,3	51 ₂
22. III.	"	"	39	"	19,00	0,01	730,37	24 50 35,51	2,6	25,3457 ₁
					18,95	0,06	730,20	35,18	1,6	51 ₁
9. II und 10. II.	"	"	53	6 mal je um 60°	16,03	0,09	744,53	34 49 7,88	2,3	25,3448 ₁
14,14					0,14	744,30	12,08	3,8	34 ₁	
					17,29	0,01	739,87	2,77	3,8	49 ₁
					17,30	0,01	739,84	3,86	1,5	49 ₂
					17,09	0,02	739,74	5,47	1,9	48 ₁
					17,07	0,04	739,74	8,64	2,2	48 ₂
13. II.	"	"	53	"	16,05	0,12	742,18	34 49 7,62	1,1	25,3448 ₂
					16,18	0,04	742,01	4,81	1,3	44 ₁
					16,20	0,01	742,10	5,91	0,5	44 ₂
					16,22	0,04	742,08	5,57	1,5	44 ₃
					16,22	0,04	742,31	5,63	2,5	44 ₄
23. III.	"	"	65	2 mal um 90°	14,77	0,02	727,21	44 26 57,76	1,2	25,3437 ₁
					14,79	0,00	727,20	57,98	1,6	37 ₁
25. III.	"	"	81	"	16,29	0,01	730,29	60 45 57,29	4,8	25,3444 ₁
					16,37	0,06	730,20	56,94	1,3	44 ₁
14. II.	5791 gelb	"	53	6 mal je um 60°	16,14	0,08	742,98	37 15 48,32	1,3	25,3443 ₁
16,17	0,05				742,97	48,01	3,0	44 ₁		
16,16	0,05				742,95	47,37	3,4	44 ₂		
16,16	0,06				742,85	46,27	2,2	44 ₃		
16,05	0,07				742,89	48,87	3,4	43 ₁		
16,02	0,05				742,93	46,06	1,2	43 ₂		

Ergebnisse der

21. II.	Hg 5460 grün	Autokolli- mation	41	2 mal um 90°	12,96	0,09	730,36	26° 12' 50,30"	0,9'	25,3427 ₁
					12,98	0,04	730,65	51,64	0,9	27 ₁
21. II.	"	"	41	"	21,67	0,04	731,36	26 12 35,69	1,5	25,3468 ₁
					21,59	0,05	732,25	36,39	0,4	67 ₁
17. III.	"	Gitter senkr. Koll.-Rohr Spaltöffnung 0,06 mm	41	"	14,05	0,12	727,88	62 3 35,69	13,8	25,3432 ₁
					14,39	0,10	727,88	33,90	15,0	34 ₁
27. III.	"	Autokolli- mation	41	"	11,36	0,10	733,96	26 12 53,99	1,0	25,3430 ₁
11,60					0,07	733,75	52,37	1,2	31 ₁	
28. III.	"	"	41	"	22,84	0,02	734,41	26 12 32,42	1,3	25,3473 ₁
					22,82	0,04	734,40	32,90	2,0	78 ₁
22. II.	Hg 5791 gelb	"	41	"	16,13	0,04	728,93	27 55 47,38	1,2	25,3442 ₁
					16,11	0,01	728,83	47,23	3,3	42 ₁

Messungen für Gitter G_I .

X $\lambda_{1,2}$	XI Korr.		XII λ_{20760}	XIII λ Mittel	XIV	XV	XVI Fehlereinfluß		
	t	b					1°	1 mm	$1''$
5460,82 ₈₅	+0,004 ₄	-0,058 ₃	5460,76 ₈₀	5460,78 ₀	\mp 0,017	+0,001	auf die Gitterkonstante: 4,6 Å.-E. und deswegen auf λ : 0,098 Å.-E.	0,002	0,107
5460,85 ₈₂	+0,005 ₅	-0,058 ₃	5460,80 ₇₇	5460,78 ₇	\mp 0,018	+0,002		"	0,057
5460,83 ₈₀	+0,020 ₀	-0,030 ₀	5460,82 ₈₀		+0,035				
5460,83 ₇₆	+0,080 ₀	-0,030 ₀	5460,82 ₈₀		+0,017				
5460,83 ₈₀	+0,014 ₁	-0,039 ₀	5460,82 ₇₈	5460,78 ₀	-0,049	+0,003		"	0,038
5460,83 ₈₄	+0,014 ₀	-0,030 ₀	5460,82 ₇₈		+0,001				
5460,83 ₇₇	+0,015 ₁	-0,039 ₀	5460,82 ₈₂		+0,034				
5460,83 ₇₇	+0,015 ₂	-0,039 ₀	5460,82 ₇₅		-0,037				
5460,82 ₇₂	+0,020 ₀	-0,035 ₀	5460,80 ₇₁		+0,053				
5460,82 ₇₇	+0,019 ₀	-0,035 ₀	5460,80 ₇₁		-0,043				
5460,82 ₇₆	+0,019 ₀	-0,035 ₀	5460,80 ₇₅	5460,75 ₀	+0,001	-0,029	"	0,038	
5460,82 ₇₆	+0,019 ₀	-0,035 ₀	5460,80 ₇₄		-0,009				
5460,82 ₇₆	+0,019 ₀	-0,034 ₀	5460,80 ₇₄		+0,007				
5460,82 ₇₇	+0,019 ₀	-0,032 ₀	5460,80 ₇₅		+0,002				
5460,88 ₈₃	+0,027 ₁	-0,064 ₃	5460,79 ₈₀	5460,79 ₇	\mp 0,004	+0,012	"	0,027	
5460,88 ₈₃	+0,027 ₀	-0,064 ₃	5460,79 ₈₀						
5460,83 ₈₃	+0,019 ₃	-0,058 ₃	5460,79 ₇₉	5460,79 ₀	\pm 0,000	+0,011	"	0,015	
5460,83 ₈₃	+0,018 ₃	-0,058 ₃	5460,79 ₇₉						
5790,76 ₇₆	+0,021 ₁	-0,085 ₅	5790,75 ₇₄		+0,084		auf λ : 0,105 Å.-E.	"	0,035
5790,76 ₇₆	+0,021 ₁	-0,085 ₅	5790,75 ₇₄		+0,027				
5790,76 ₇₃	+0,021 ₁	-0,085 ₅	5790,75 ₇₂	5790,71 ₀	+0,002	-			
5790,76 ₆₉	+0,021 ₁	-0,085 ₅	5790,75 ₆₇		-0,041				
5790,76 ₇₇	+0,021 ₇	-0,085 ₅	5790,75 ₇₆		+0,043				
5790,76 ₆₇	+0,021 ₀	-0,085 ₅	5790,75 ₆₅		-0,063				
5790,76 ₆₇	+0,021 ₀	-0,085 ₅	5790,75 ₆₅						

Messungen für Gitter G_{II} .

5460,74 ₈₁	+0,036 ₃	-0,058 ₃	5460,72 ₇₉	5460,76 ₀	\mp 0,037	+0,007	auf die Gitterkonstante: 4,6 Å.-E. und deswegen auf λ : 0,098 Å.-E.	0,002	0,053 ₃
5460,82 ₈₅	-0,008 ₃	-0,056 ₃	5460,76 ₇₉	5460,78 ₀	\mp 0,015	+0,027		"	"
5460,78 ₇₉	+0,030 ₀	-0,063 ₃	5460,75 ₇₅	5460,75 ₀	\mp 0,004	+0,002	"	0,014	
5460,78 ₇₉	+0,029 ₁	-0,063 ₃	5460,75 ₇₅						
5460,79 ₇₂	+0,044 ₀	-0,051 ₃	5460,79 ₇₁	5460,75 ₀	\pm 0,037	-0,000	"	0,053 ₃	
5460,79 ₇₂	+0,044 ₀	-0,051 ₃	5460,79 ₇₁						
5460,77 ₇₉	-0,014 ₇	-0,050 ₃	5460,70 ₇₃	5460,71 ₀	\mp 0,012	-0,035	"	"	
5460,77 ₇₉	-0,014 ₀	-0,050 ₃	5460,70 ₇₃						
5790,72 ₇₁	+0,021 ₃	-0,061 ₁	5790,68 ₆₇	5790,67 ₀	\pm 0,005	-	"	0,053	
5790,72 ₇₁	+0,021 ₄	-0,061 ₁	5790,68 ₆₇						

Linie 5791 ist sie zweifellos größer, da ich mich bei ihr nur mit je einer Messungsreihe begnügt habe. Es kam mir ja dem Sinn der Arbeit entsprechend darauf an, *eine* Linie genau zu messen. Den Beobachtungs- und Teilkreisfehlern Rechnung tragend, hätte ich wohl durch Häufung der Spektrometerversuche eine Sicherheit meiner Wellenlängenergebnisse von annähernd 0,01 Å.-E. erreichen können; ich habe mich aber mit den vorstehenden Versuchen begnügt, weil es nach den Erörterungen am Anfang dieser Abhandlung ein fruchtloses Beginnen wäre, wollte man mit Gittern die Genauigkeit der Interferometerresultate von Michelson, Perot und Fabry erreichen. Vielmehr handelte es sich für mich mit Rücksicht auf die Kurlbaumschen und Bellschen Resultate um die Frage: Werden meine Resultate unter sich und mit denen von Perot und Fabry *innerhalb der durch Beobachtungs-, Teilkreis- und Komparatorfehler bedingten Grenzen übereinstimmen?* Und man sieht: Unter sich zeigen meine Gitter ähnliche Differenzen, wie die Bells; gegen den Wert für $\lambda_{\text{grün}}$ von Perot und Fabry = 5460,768 Å.-E. (20°, 760 mm Druck) haben meine Gitterresultate folgende Differenzen:

$$\text{Perot und Fabry} - G_1 = -0,01, \text{ Å.-E.}$$

$$" " " G_{II} = +0,01, " "$$

Die Differenzen der Gitterresultate von Kurlbaum und Bell gegen Perot und Fabry für $D_1 = 5896$ Å.-E. sind:

$$\text{Kurlbaum-Perot und Fabry: } -0,10 \text{ und } +0,02 \text{ Å.-E.}$$

$$\text{Bell-Perot und Fabry: } +0,22 \text{ " } +0,27 \text{ "}$$

$$+0,19 \text{ " } +0,21 \text{ "}$$

Es stimmen also, wie man sieht, meine Resultate mit denen von Perot und Fabry innerhalb der Genauigkeitsgrenzen durchaus befriedigend überein. Diesem Ergebnisse kommen die Gitterresultate Kurlbaums nahe. Was aber Bells Arbeit betrifft, so ist wohl zuzugeben, daß seine Versuche mit derselben Sorgfalt und überdies mit besserem Gittermaterial ausgeführt sind als die Kurlbaums; trotzdem oder gerade deshalb drängt sich nach der vorstehenden Zusammenstellung die Notwendigkeit der Annahme auf, daß Bell *ein Fehler untergelaufen ist, der nicht auf Mängel seiner Gitter, wie sie von mir in Abschnitt II und III behandelt sind, zurückgeführt werden kann.*

Es fragt sich nun, wie verhält sich die Güte meiner Resultate zu den Ergebnissen des Abschnittes III. Dabei muß man sich bewußt sein, daß die Kalibration die Wirkung des ganzen Gitters nur zum Teile erklärt. Denn beim ganzen Gitter wirken ja auch die größeren Furchenintervalle (also bis zu 0—3119 bez. 0—3084 Furchen) mit, die nicht durch die Kalibration untersucht sind. Hieraus erhellt auch, daß die in der Tabelle p. 348 angegebene „Schwerlinie“ sich mit dem Spektralbild des unbedeckten Gitters nicht zu decken braucht.

Dagegen geben meine Schwankungsversuche Anlaß zu den folgenden Betrachtungen, die von Hrn. Privatdozenten Dr. R. Gans in Tübingen herrühren, und angeschlossenen Berechnungen.

Aus der Gittertheorie ergibt sich für die Intensitätsverteilung des Beugungsfeldes folgende Beziehung¹⁾:

$$(1) \quad J_0 = J_0' \frac{\sin^2 \frac{\mu a}{2}}{\left(\frac{\mu a}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\mu (a+d)}{2} p}{\sin^2 \frac{\mu (a+d)}{2}}$$

Hierin ist:

$$(2) \quad \mu = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \varphi + \sin \psi),$$

wo λ die Wellenlänge, φ den Einfallswinkel, ψ den Beugungswinkel bezeichnet. J_0' bedeutet die Lichtintensität für den Beugungswinkel Null ($\mu = 0$), wie sie bei einem Spalt sein würde; p ist die Anzahl der Furchen, a der reflektierende Teil zwischen zwei Furchen, d die Furchenbreite, also $a + d$ die Gitterkonstante.

Die Intensität als Funktion von μ betrachtet, ist ein Maximum, wenn

$$(3) \quad \frac{dJ_0}{d\mu} = 0$$

ist; dies findet statt für

$$(4) \quad \mu_0 = \frac{2\pi}{a+d} m \quad (m = 0, 1, 2 \dots)$$

m ist die Ordnung des Beugungsbildes.

1) Vgl. z. B. P. Drude, Lehrbuch der Optik 1900. p. 206. (11)

Ist nun ein kleiner Fehler beliebiger Art an dem Gitter, so wird die Intensität des Beugungsbildes nicht mehr durch J_0 aus Gleichung (1) sich berechnen, sondern es wird

$$(5) \quad J = J_0 + J_1$$

sein, wo J_1 eine kleine zu J_0 hinzukommende Größe ist, die auch Funktion von μ ist.

Der Ort der Maxima ergibt sich jetzt aus

$$(6) \quad \frac{dJ}{d\mu} = \frac{dJ_0}{d\mu} + \frac{dJ_1}{d\mu} = 0.$$

Diese Gleichung wird nicht mehr durch μ_0 aus (4) befriedigt sein, sondern durch

$$(7) \quad \mu = \mu_0 + \delta\mu,$$

wo $\delta\mu$ den kleinen Fehler in der Lage des Beugungsbildes bedeutet. Mit (7) gibt (6) unter Vernachlässigung der höheren Potenzen von $\delta\mu$:

$$(8) \quad \left(\frac{dJ_0}{d\mu}\right)_{\mu=\mu_0} + \left(\frac{d^2J_0}{d\mu^2}\right)_{\mu=\mu_0} \delta\mu + \left(\frac{dJ_1}{d\mu}\right)_{\mu=\mu_0} = 0.$$

Nach (3) und (4) verschwindet aber das erste Glied von (8) und wir erhalten für den Fehler in der Lage des Beugungsbildes

$$(9) \quad \delta\mu = - \left(\frac{\frac{dJ_1}{d\mu}}{\frac{d^2J_0}{d\mu^2}} \right)_{\mu=\mu_0}.$$

Wir betrachten jetzt die Amplitude. Beim fehlerlosen Gitter sei die Amplitude des Beugungsbildes in einer bestimmten Ordnung durch A_0 gegeben, wenn nur der n^{te} Teil des Gitters wirksam ist. Wirkt das ganze Gitter, also n Wellenelemente gleicher Phase, so wird die Amplitude nA_0 sein. Dementsprechend sind die Intensitäten $J_0 = A_0^2$ bez. $J_0 = n^2 A_0^2$, je nachdem der n^{te} Teil oder das ganze Gitter wirkt. Das folgt auch aus (1).

Beim fehlerhaften Gitter ist die Amplitude durch

$$(10) \quad A = A_0 + A_1$$

gegeben, falls der n^{te} Teil des Gitters wirkt; hier ist A_1 eine kleine Größe gegen A_0 . Wirkt das ganze Gitter, so ist die Amplitude

$$(11) \quad A = nA_0 + \sum A_1.$$

Hier bedeutet $\sum A_1$ die Summe der Amplituden, die durch die Fehler des ganzen Gitters hinzukommen. Die Größen A_1 werden aber, falls die Fehler nicht systematischer Natur sind¹⁾, wegen der verschiedenen Phasen der fehlerhaften Wellenelemente in Größe und Vorzeichen regellos abwechseln, so daß $\sum A_1$ von der Größenordnung von A_1 und nicht etwa von der Größenordnung $n A_1$ ist.

Die Intensität des n^{ten} Teiles des fehlerhaften Gitters ist also

$$(12) \quad A^2 = A_0^2 + 2 A A_1,$$

da wir A_1^2 vernachlässigen können.

Die Intensität des ganzen Gitters dagegen ist:

$$(13) \quad \begin{cases} J = J_0 + J_1 = (n A_0 + \sum A_1)^2 \\ \quad = n^2 A_0^2 + 2 n A_0 \sum A_1. \end{cases}$$

Also ist

$$(14) \quad J_1 = 2 n A_0 \sum A_1.$$

Der Zähler von (9) wird also der Größenordnung nach n mal so groß, wenn man statt des n^{ten} Gitterteiles das ganze Gitter wirken läßt, der Nenner dagegen wird n^2 mal so groß.

Daraus folgt, daß die Größenordnung des Fehlers in der Lage der Beugungsbilder n mal so klein wird, wenn das ganze Gitter wirkt, als wenn nur der n^{te} Teil wirkt.

Dieses Ergebnis für den Fehler ist aber nicht in Strenge richtig, da zwar A_0 und A_1 in der angegebenen Weise, dagegen die Differentialquotienten nach μ komplizierter von der ganzen Gitterbreite abhängen, und da vielleicht nicht nur die höheren Potenzen von $\delta \mu$ vernachlässigt werden dürfen. Immerhin gibt (9) verbunden mit den Amplitudenbetrachtungen ein Bild von der Größenordnung des begangenen Fehlers.

Da meine Gitter, wie p. 346f. ausgeführt ist, den Anforderungen genügen, daß keine systematischen Fehler vorhanden sind, so kann vorstehendes auf Abschnitt III unmittelbar angewandt werden. Ich gebe, wie dort, auch für das unbedeckt wirkende Gitter die Größenordnung der Abweichungen in Sekunden an (letzte Kolumne).

1) Vgl. Lord Rayleigh, Phil. Mag. (4) 47. p. 193—205. 1874; Encykl. Brit. 9. Aufl. 24. p. 438.

Gitter	Versuchsbenennung	Biegungswinkel δ	Fehlereinfluß von 1" auf λ in Å.-E.	" =	Größe Abweichung von der Schwerlinie innerhalb des Versuches	Größenordnung der Abweichung bei ganzem Gitter
G_I	A	26° 1'	0,054	$\frac{3119}{40} = 78,0$	19,0"	0,24"
"	C ¹⁾	"	"	$\frac{3119}{200} = 15,5$	5,1	0,34
"	D	"	"	"	5,6	0,36
"	E	26° 34'	0,053	"	6,4	0,41
G_{II}	F	19 34	0,074	$\frac{3084}{200} = 15,4$	5,3	0,34
"	G	19 35	"	$\frac{3084}{120} = 25,7$	7,9	0,31

Der Fehlereinfluß auf λ wäre also nach vorstehender Tabelle im Höchstfalle

für Gitter G_I : 0,022 Å.-E.

" " G_{II} : 0,025 "

Dieses Ergebnis erklärt die Güte meiner Resultate p. 357 ff.

1) Vgl. Tabelle p. 348.

(Eingegangen 1. Dezember 1906.)

9. *Über den Durchgang Hertzscher Wellen
durch Gitter;
von Godfrey H. Thomson.*

(Auszug aus der Straßburger Dissertation des Verfassers.)

§ 1. *Einleitung.*

Die polarisierende Wirkung eines engen Drahtgitters auf eine Hertzsche Welle ist längst bekannt. Es fehlen bis jetzt aber Messungen mit solchen Gittern, so weit der Verfasser hat finden können. Professor Braun hat ihm deshalb vorgeschlagen, solche Messungen durchzuführen, mit besonderer Berücksichtigung gewisser Punkte.

Zwei theoretische Arbeiten liegen vor, eine von J. J. Thomson¹⁾ und eine weitergehende von Lamb.²⁾ In der Besprechung der Resultate werden wir letztere benutzen.

Wenn eine geradlinig-polarisierte Welle auf ein Gitter fällt, können wir sie in der Ebene des Gitters in zwei Komponenten zerlegen, die eine *parallel* zu den Drähten, die andere senkrecht dazu. Lambs Formeln zeigen, daß die senkrechte Komponente wenig geschwächt durchgeht. Nur ein kleiner Teil von ihr wird reflektiert. Dagegen wird ein großer Teil der anderen, parallelen Komponente reflektiert, und nur wenig durchgelassen. Der erste Teil der Arbeit war, eine Anzahl Gitter zu untersuchen bezüglich ihrer Durchlässigkeit, besonders für die den Drähten des Gitters parallele Komponente.

Betrachten wir nun die zwei Komponenten der Welle, die sich hinter dem Gitter nach Durchgang durch dasselbe befinden. Sie sind nach den Lambschen Formeln gegeneinander in der Phase verschoben. Sie setzen sich also nicht zu einer geradlinig-polarisierten Schwingung zusammen, sondern zu einer elliptischen. In der experimentellen Untersuchung sollte nun

1) J. J. Thomson, *Recent Researches* § 359, Clarendon Press, Oxford 1893.

2) H. Lamb, *Proc. of the Math. Soc.* 29. p. 523. 1897—98.

auch der Versuch gemacht werden, diese Phasenverschiebung zu schätzen und mit den Lambschen Werten zu vergleichen.¹⁾

Die größte Beschränkung, die uns hier begegnet, liegt in der Tatsache begründet, daß nur gedämpfte Wellen zur Verfügung stehen. Der Einfluß dieser Dämpfung zeigt sich in einer Analogie mit der Rotationsdispersion der Optik.²⁾ Auf diesen Punkt werden wir in § 5 (p. 387—388) zurückkommen.

In §§ 2 und 3 werden die Versuchsanordnungen beschrieben und die Kontrollversuche und Korrekturen besprochen; § 4 enthält die Resultate in Tafeln und Kurven, während in § 5 diese Resultate mit der Theorie verglichen werden.

§ 2. Apparat und Versuchsanordnung.

Die Anordnung bestand im wesentlichen aus einem *Sender*, einem *Empfänger*, und einem zwischen denselben befindlichen Diaphragma, vor dessen Öffnung die Gitter eingeschaltet werden konnten. Der Sender bestand aus einem *Oszillator*, der sich in

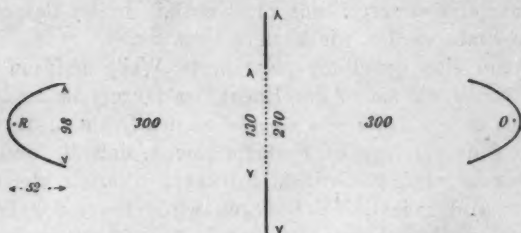


Fig. 1.

der Brennpunkte eines zylindrisch-parabolischen Hohlspiegels befand. Als Empfänger diente ein gleich großer Spiegel, in dessen Brennpunkte der Resonator justiert war. Die Öffnungen der Hohlspiegel wurden gegeneinander gerichtet in einer Entfernung, die in vielen Fällen 600 cm betrug (vgl. Fig. 1). In der Figur

1) Seit der Veröffentlichung der Dissertation des Verf. ist eine Arbeit von Schaefer und Laugwitz, „Über die bei Reflexion elektrischer Wellen an Hertz'schen Gittern auftretenden Phasenverluste“ in den Ann. d. Phys. 21. p. 587. 1906 erschienen.

2) Vgl. A. Garbasso u. E. Aschkinass, Wied. Ann. 53. p. 534. 1894 und auch L. Zehnder, Wied. Ann. 53. p. 162.

ist auch das Diaphragma gezeichnet, das natürlich senkrecht steht auf der Linie OR , welche Oszillator mit Resonator verbindet. Beide Spiegel und das Gitter waren um die horizontale Linie OR als Achse drehbar.

Statt der oben beschriebenen Anordnung fand für Reflexionsmessungen die aus Fig. 2 ersichtliche Verwendung.

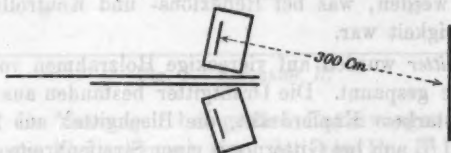


Fig. 2.

Nach diesem Überblick wollen wir nunmehr die einzelnen Teile näher besprechen und Dimensionen angeben. Das Zimmer maß $11,5 \times 10 \times 3,25$ m und die Linie OR in Fig. 1 fiel mit einer Diagonale desselben zusammen.

Die Hohlspiegel waren aus $\frac{1}{2}$ mm Zinkblech gefertigt.

Die Spiegelöffnung betrug 70×100 cm. Diese und andere Dimensionen des Spiegels sind auch aus Fig. 1, 2 und 3 zu ersehen. Die Spiegel waren weiter auf Stativen so montiert, daß die (horizontale) Drehachse sich in einer Höhe von 140 cm über dem Boden befand. Die Neigung jedes Spiegels gegen die Vertikale konnte mittels eines Zeigers auf einem Halbkreis abgelesen werden. Um die vertikale und die horizontale Lage näher zu kontrollieren, waren die Spiegel mit je zwei Libellen versehen.

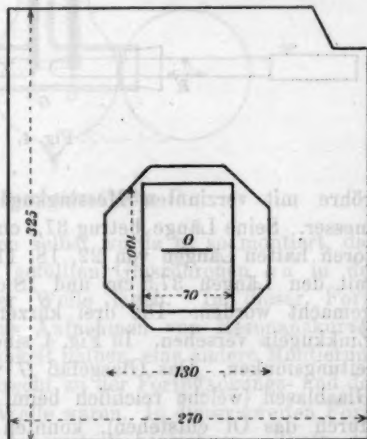


Fig. 3.

Das Diaphragma ist in Fig. 3 skizziert, und einige seiner Dimensionen sind auch aus Fig. 1 ersichtlich. Es bestand größtenteils aus Zinkblech, teils aber aus Stanniol, und reichte vom Boden bis zur Decke.

Mittels eines beweglichen Blechschirmes (2×2 m) konnte das Diaphragma vergrößert, oder die Öffnung desselben geschlossen werden, was bei Reflexions- und Kontrollversuchen von Wichtigkeit war.

Die Gitter wurden auf viereckige Holzrahmen von 140 cm Seitenlänge gespannt. Die Drahtgitter bestanden aus weichem, 0,65 mm starkem Kupferdraht, die Blechgitter aus Zinkblech (Stärke = $1\frac{1}{2}$ mm bei Gittern mit einer Streifenbreite = 7,5 cm, sonst = $\frac{1}{2}$ mm). Die bei Lösungsgittern benutzten Glasröhren hatten einen inneren Durchmesser von 0,6 cm.

Die Oszillatoren. Fig. 4 stellt den am meisten benutzten Oszillator dar. Er bestand aus einer 12 mm starken Messing-

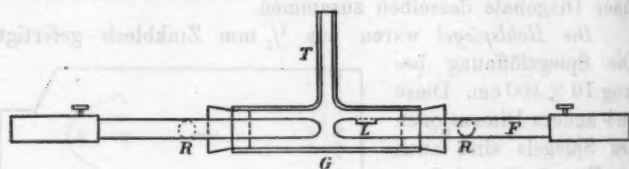


Fig. 4.

röhre mit verzinneten Messingkugeln von demselben Durchmesser. Seine Länge betrug 37,5 cm. Andere ähnliche Oszillatoren hatten Längen von 22, 18, 11,5 cm. Es sind jedoch nur mit den Längen 37,5 cm und 18 cm ausführliche Messungen gemacht worden. Die drei kürzeren Oszillatoren waren mit Zinkkugeln versehen. In Fig. 4 sind RR die Righischen Zuleitungsfunken. Das Glasgefäß G war mit Petroleum gefüllt. Glasblasen (welche reichlich beim Durchschlagen der Funken durch das Öl entstehen), konnten durch die Röhre T entweichen. Wenn, wegen der Neigung, T zugemacht werden mußte, entwichen die Blasen durch die Öffnung L und die Röhre F . In horizontaler Lage wurde diese Röhre mit einem Kork verschlossen.

Die Messungen wurden mit Thermoementresonatoren nach Klemenčić¹⁾ ausgeführt (vgl. Fig. 5).

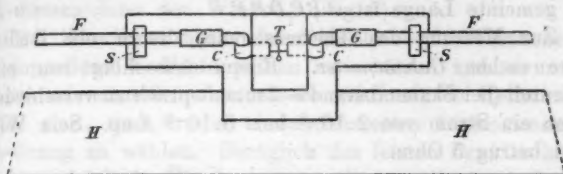


Fig. 5. Resonator B.

Für die Messungen bei großen Entfernungen diente ein ausgepumptes Thermoement, von der von Dr. H. Brandes²⁾ angegebenen Form. Fig. 6 ist eine Zeichnung desselben im

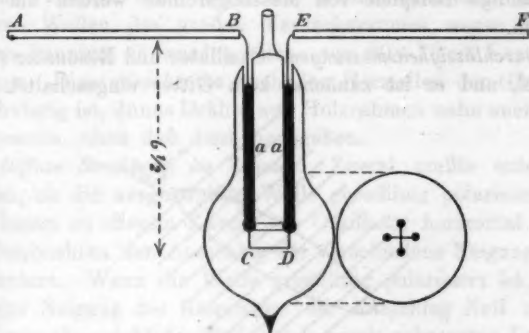


Fig. 6. Resonator C oder D.

Auß. Für die Messungen selbst wurde es so montiert, daß die vier mit Quecksilber gefüllten Glasröhrchen *aa* in der Fortpflanzungsrichtung der Welle lagen. In dieser Form nennen wir es *C*. Für das Aufnehmen von Resonanzkurven aber wurde, der Bequemlichkeit halber, eine andere Montierung gebraucht, worin *aa* senkrecht zu der Fortpflanzungs- und der Polarisationsrichtung der Welle waren. In dieser zweiten Form wollen wir diesen Resonator mit *D* bezeichnen. Trotz der Abweichung von der linearen Form fand Resonanz mit dem

1) J. Klemenčić, Wied. Ann. 45. p. 78. 1892.

2) H. Brandes, Physik. Zeitschr. 6. Nr. 16, p. 503.

37,5 cm langen Oszillator bei merklich derselben Länge (32 bis 33 cm) wie im Falle eines geradlinigen Resonators statt. Die hier gemeinte Länge ist *ABCDEF*.

Zur Messung des Thermostromes diente ein Dubois-Rubenssches *Galvanometer*. Einem Ausschlag von einem Skalenteil (bei Skalenabstand = 2 m) entsprach zu verschiedenen Zeiten ein Strom von $2 \cdot 10^{-8}$ bez. $5 \cdot 10^{-9}$ Amp. Sein Widerstand betrug 5 Ohm.

§ 3. Meßmethoden etc.

In diesem Paragraphen sollen die Meßmethoden beschrieben, und auch die Fehlerquellen, die Korrekturen, und die günstigsten Dimensionen des Apparates besprochen werden. Vollständige Beispiele von Messungsreihen werden am Ende gegeben.

Durchlässigkeitsmessungen. Oszillator und Resonator stehen parallel, und es ist zunächst kein Gitter eingeschaltet. Ein

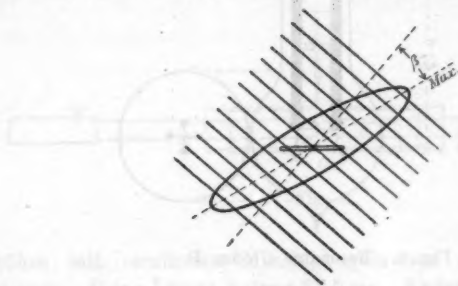


Fig. 7.

Ausschlag des Galvanometers wird notiert (nicht der erste Ausschlag, sondern die Gleichgewichtslage). Nun wird ein Gitter vor die Öffnung des Diaphragmas gestellt, und zwar so, daß die Drähte dem Oszillator und dem Resonator parallel sind. Dann wird ein zweiter Ausschlag gemessen. Das Verhältnis dieses Ausschlages zu dem ersten nennen wir die Durchlässigkeit des Gitters und bezeichnen es mit *B* (Bruchteil).

Der zweite Teil der Untersuchung bezog sich auf *Winkelmessungen*. Der Oszillator stehe zum Beispiel horizontal und die Gitterdrähte seien um 45° gegen die Oszillatorrichtung

geneigt (vgl. Fig. 7). Dann suchen wir diejenige Neigung des Resonators, bei welcher der Ausschlag ein Maximum erreicht und messen dann den Winkel β (Fig. 7).

Der Zweck der nachstehend beschriebenen Versuche war ein doppelter: 1. Fehlerquellen zu schätzen und zu zeigen, wie sie zu vermeiden, bez. als Korrekturen in Rechnung zu ziehen sind, und 2. die einwandfreiesten Dimensionen der Anordnung zu wählen. Bezüglich des letzten Punktes können wir hier gleich die Überlegungen andeuten, die im Anfang der Untersuchungen die Wahl der zu benutzenden Wellenlänge bestimmt haben. Es hatten nämlich Orientierungsversuche gezeigt, daß die Dämpfung von kleinen Oszillatoren sehr groß war, was als eine unangenehme Beschränkung im Vergleich mit der Theorie hätte angesehen werden müssen. Da aber größere Wellen des großen Versuchsraumes wegen benutzt werden konnten, so wurden solche von 30—70 cm Länge vorgezogen. Dies erleichterte auch das Herstellen der Gitter, da es schwierig ist, dünne Drähte auf Holzrahmen nahe aneinander zu spannen, ohne daß diese nachgeben.

Diffuse Strahlung im Zimmer. Zuerst mußte untersucht werden, ob die ausgestrahlte Welle geradlinig polarisiert war. Wir lassen zu diesem Zweck den Oszillator horizontal stehen und beobachten den Ausschlag für verschiedene Neigungen des Resonators. Wenn die Welle geradlinig polarisiert ist, sollte für eine Neigung des Resonators der Ausschlag Null werden. Dies war aber nicht der Fall, sondern mit gekreuzten Leitern¹⁾ wurde immer noch ein Ausschlag beobachtet, der etwa 2 Proz. des mit parallelen Leitern gemessenen Ausschlages betrug. Solche Beobachtungen haben auch Paetzold²⁾ und Lindmann gemacht. Ersterer gibt Gründe an, die ihn zu der Ansicht geführt haben, die Störung rühre von einer gegen die Hauptkomponente um 90° phasenverschobenen Nebenkomponente her, die auf der ersteren senkrecht steht. Folgende Versuche haben aber den Verfasser davon überzeugt, daß diese Erklärung bei seiner Versuchsanordnung nicht zutrifft, sondern daß eine

1) Unter „Leiter“ wollen wir nach Bjerknes zusammenfassend Oszillator und Resonator verstehen.

2) M. Paetzold, Leipziger Dissertation p. 20 und Ann. d. Phys. 19. p. 116. 1906.

diffuse, überall im Zimmer vorhandene Strahlung die Ursache der Störung sei. Erstens, wenn ein enges Gitter zwischen den gekreuzten Leitern eingeschaltet wird, hat es keinen Einfluß auf den Ausschlag, weder wenn es parallel dem Oszillator noch dem Resonator ist. Wenn die Öffnung des Diaphragmas mittels des beweglichen Schirmes zugemacht wird, verkleinert sich der Restausschlag nicht, wird aber *unabhängig von der Neigung* des Resonators gegen den Oszillator. Einhüllung der Galvanometerleitung in Messingröhren ändert auch nichts. Erst das beinahe vollständige Umhüllen des Empfängers mit Blechschirmen bewirkt eine kleine Abnahme des Ausschlages. Auf Grund dieser Versuche wurde nun der Restausschlag zukünftig einfach abgezogen von den übrigen Ausschlägen.

Die Störung rührt voraussichtlich von Schwingungen her, welche von metallischen Leitern (Drähten, Gasröhren etc.) aufgefangen und weiter geleitet werden. Ob derselben eine ausgesprochene Wellenlänge und Polarisationsrichtung beizulegen sei, bleibt unentschieden.

Von Wichtigkeit war auch der *Einfluß der Entfernung* zwischen Oszillator oder Resonator und Gitter auf die Durchlässigkeit. In den ersten Messungen war die Entfernung OR zwischen Oszillator und Resonator 300 cm. Nachher ermöglichte es der ausgepumpte Resonator, die Messungen für größere Entfernungen zu wiederholen. Besonders bei diesen großen Entfernungen war es wichtig, den Apparat sehr symmetrisch aufzustellen, sonst wurden die Messungen mit vertikalem und mit horizontalem Oszillator verschieden. Es zeigte sich dann, daß die Durchlässigkeit eines Gitters mit zunehmender Entfernung abnahm, zuerst schnell, dann langsamer. Zwischen $OR = 500$ cm und $= 850$ cm blieb sie merklich konstant (Gitter immer ungefähr in der Mitte, vgl. aber unten). Wurde die Entfernung noch mehr vergrößert, so kam der Sender- bez. Empfängerspiegel der Wand zu nahe, und die gemessene Durchlässigkeit stieg plötzlich und sehr stark, und wurde noch größer als bei kleinen Entfernungen. Die Winkel β wurden weniger beeinflußt durch diese Veränderung der Entfernung.

Die schon bei kleinen Entfernungen angestellten Messungen wurden deshalb wiederholt für eine Entfernung von $300 + 300$ cm.

Messungen für beide Entfernungen werden in § 4 gegeben. Diese Entfernung liegt in dem Gebiete, wo die Veränderung der Durchlässigkeit mit der Entfernung Null oder sehr klein ist und ist deshalb wahrscheinlich am einwandfreiesten. Die große Durchlässigkeit bei kleinen Entfernungen ist wahrscheinlich dadurch zu erklären, daß die Welle noch nicht eben war. Denn obwohl der parabolische Spiegel ein ziemlich paralleles Strahlenbündel erzeugt, wovon man sich leicht mittels Righischer Resonatoren überzeugt, wird natürlich auch viel von dem Oszillator direkt ausgestrahlt. Es war einerlei, ob Oszillator oder Resonator sich dem Gitter zu nahe befand. Mit anderen Worten, es müssen die Ebenen, welche die Gitterdrähte sowohl mit dem Resonator wie mit dem Oszillator verbinden, einander parallel sein.

Es wäre doch möglich, daß eine Beugung um das Diaphragma oder eine Reflexion von der Wand diese Veränderung der gemessenen Durchlässigkeit mit der Entfernung durch Interferenz bewirkt. Dagegen sprechen folgende Versuche. Als das Diaphragma noch nicht vorhanden war, fand wirklich eine Beugung statt, und die Durchlässigkeits- und insbesondere die Winkelmessungen waren anders, und zwar zu klein. Bei engen Gittern war β sogar negativ, was den Eindruck einer Phasenverschiebung $\varphi > 90^\circ$ hätte geben können.

Gitter 15 hatte damals $\beta = -10^\circ$. Das Diaphragma wurde nun aufgebaut, und stückweise mit Zinkblech belegt, bis z. B. für Gitter 15 β auf $-2\frac{1}{2}^\circ$ gesunken war. Eine weitere Vergrößerung des Schirmes hatte nun keinen Einfluß mehr. Der kleine, leicht bewegbare Schirm wurde auch an verschiedene Stellen des Zimmers gebracht, aber dadurch wurde keine Veränderung der Resultate erzeugt, insbesondere auch keine Asymmetrie bei den Winkelmessungen für Neigungen gleich 45° bez. 135° .

Die Abnahme der Durchlässigkeit mit zunehmender Entfernung war verhältnismäßig größer bei engen als bei weiten Gittern. Dies kann dadurch erklärt werden, daß die Ebenen, welche benachbarte Drähte mit dem Oszillator oder Resonator verbinden, mit zunehmender Entfernung eher parallel werden, wenn der Abstand zwischen den Drähten klein ist. Eine Interferenzstörung konnte diese Tatsache aber gerade so gut erklären, so daß diese weder für die eine noch die andere Annahme spricht.

Schließlich gaben Versuche, die in einem anderen, von dem Versuchsraume sehr verschiedenen Zimmer ausgeführt wurden, immer dieselben Werte unter sonst gleichen Bedingungen.

Resonanzkurven. Im ersten Teile der Untersuchung (Entfernung zwischen Oszillator und Resonator 300 cm) war der Resonator nicht auf den Oszillator abgestimmt, sondern er besaß einfach dieselbe Länge. Nachher aber wurden Resonanzkurven aufgenommen für die verschiedenen Oszillatoren, und darauf hin wurden abgestimmte Resonatoren verwendet. Da aber der Unterschied in den Messungen sehr klein war, wurde von einer Wiederholung der schon gemachten Beobachtungen Abstand genommen.

Die Resonanzkurven wurden mittels des linearen Resonators *B* (p. 369 und Fig. 5) oder des ausgepumpten Resonators *D* (p. 369 und Fig. 6) aufgenommen. Die mit *B* im Februar 1906 aufgenommenen Kurven sind in Fig. 8 gegeben, und zwar für Oszillatoren gleich 37,5 cm, 22 cm und 18 cm. Die Entfernung zwischen Oszillator und Resonator war in diesen drei Fällen 300 cm. Die Entfernung hatte aber keinen Einfluß auf die Resonanzkurven. Zum Beispiel, eine (hier nicht gegebene) Resonanzkurve für Oszillator gleich 37,5 cm und Entfernung 750 cm, die mit dem ausgepumpten Resonator *D* drei Monate später, im Mai, aufgenommen wurde, zeigte auch ein Maximum bei 33 cm, in Übereinstimmung mit der entsprechenden Kurve in Fig. 8. Deshalb wurden die späteren Versuche mit einem Resonator von der Länge 33 cm gemacht. Glücklicherweise wurde während der Versuche die Funkenlänge im Oszillator selten berührt, und ihre Länge konstant erhalten, obwohl nur nach Augenmaß; denn es zeigte sich nachher, daß eine Veränderung der Funkenlänge eine starke Beeinflussung auf die Resonanzkurve ausübte. Dies zeigt Figur 9, wo Kurven für $0 = 37,5$ cm und für verschiedene Funkenlängen gezeichnet sind. Für möglichst kurze Funkenlänge ist der Ausschlag kräftig und sehr regelmäßig, so daß eine Genauigkeit von 1 Proz. erreicht werden kann. Mit zunehmender Funkenlänge nimmt der Ausschlag erst ein wenig zu, dann schnell ab. Er wird gleichzeitig viel unregelmäßiger, so daß die letzte Kurve (F.-L. = 2 mm) nur ein Zickzack ist. Das Maximum ist bei kurzer Funkenlänge sehr ausgesprochen. *Es bewegt sich nach*

der Seite der kleineren Wellen mit zunehmender Funkenlänge. Die nachher beschriebenen Messungen wurden in dem Gebiete der Kurve 3 gemacht (Fig. 9). Da der Verfasser damals nicht wußte, daß eine konstante Funkenlänge so wichtig war, hat er sie nur nach Augenmaß eingestellt, doch nur etwa alle drei

Fig. 8 links. Resonanzkurven mit verschiedenen Oszillatoren.
Längen = 37,5 cm, 22 cm und 18 cm.

Fig. 9 rechts. Abhängigkeit der Resonanzkurven von der Funkenlänge (F.L.).
Oszillatorlänge 37,5 cm.

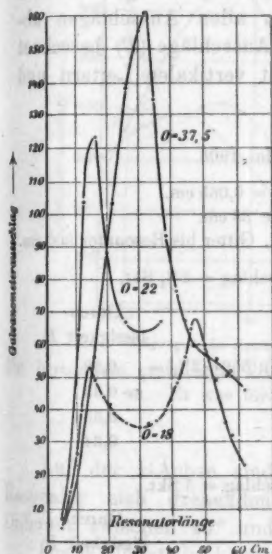


Fig. 8.

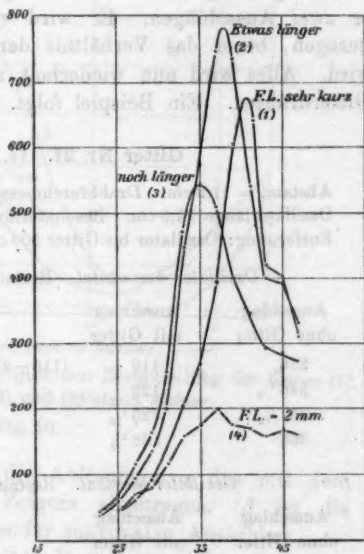


Fig. 9.

Wochen. Schon die oben erwähnte Tatsache, daß Resonanzkurven im Februar und im Mai dasselbe Maximum gaben, zeigt, daß die Funkenlänge genügend konstant war. Die erhöhte Genauigkeit, die mit möglichst kurzen Funkenstrecken zu erreichen ist, würde aber deren Gebrauch in zukünftigen Untersuchungen empfehlenswert sein lassen.

Länge der Gitterdrähte etc. Die Länge der Drähte, aus denen die Gitter bestehen, ist in der zitierten Lambschen Arbeit als unendlich angenommen. Kontrollversuche (vgl. Dissertation) zeigten, daß die Länge in diesen Versuchen genügend groß war.

Bruchteilmessungen. Nähere Beschreibung der Methode. Oszillator und Resonator werden horizontal gestellt, und ein Ausschlag wird notiert. Dann wird ein Gitter eingeschaltet mit horizontalen Drähten und ein zweiter Ausschlag gemessen. Dies wird 4 oder 8 mal wiederholt. Dann wird der Restausschlag mit gekreuzten Leitern gemessen, oft sogar zwischen je zwei Ausschlägen. Er wird von allen Ausschlägen abgezogen, bevor das Verhältnis der Ausschläge (B) berechnet wird. Alles wird nun wiederholt mit vertikalen Leitern und Gitterdrähten. Ein Beispiel folgt.

Gitter Nr. 21. 14. Mai 1906.

Abstand = 11,2 cm. Drahtdurchmesser = 0,065 cm.

Oszillatorlänge 87,5 cm. Resonatorlänge 33 cm.

Entfernung: Oszillator bis Gitter 300 cm, Gitter bis Resonator 300 cm.

Oszillator horizontal. Restausschlag = $2\frac{1}{2}$ Skt.

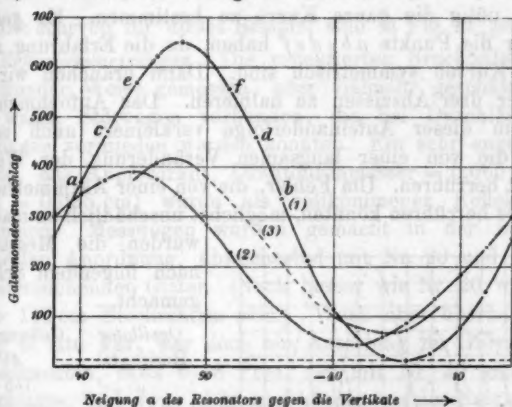
Ausschlag ohne Gitter	Ausschlag mit Gitter	Durch- lässigkeit B
356	116	$(116 - 2\frac{1}{2}) : (356 - 2\frac{1}{2}) = 0,32$
346 $\frac{1}{2}$	122	0,35
357 $\frac{1}{2}$	125 $\frac{1}{2}$	0,35
368	128 $\frac{1}{2}$	0,34

Oszillator vertikal. Restausschlag = 3 Skt.

Ausschlag ohne Gitter	Ausschlag mit Gitter	Durch- lässigkeit B
355	105	0,29
335	105	0,31
320	110	0,33
320	108	0,33

Die Winkelmessungen. Wir haben den Winkel β schon definiert (vgl. Fig. 7). Wenn wir die Ausschläge für verschiedene Neigungen α des Resonators messen und diese als Kurve auftragen, sollten wir eine $\cos^2 \alpha$ Kurve erhalten, falls

die Welle hinter dem Gitter noch geradlinig polarisiert bleibt. In Fig. 10 sind zwei solche Kurven gegeben und eine dritte angedeutet. Kurve (1) ist tatsächlich sehr annähernd eine \cos^2 Kurve und berührt die Linie $y = \text{Restausschlag}$; d. h. sie würde durch Null gehen, wenn der Rest nicht vorhanden wäre, Kurven (2) und (3) dagegen haben nur ein Minimum, gehen nicht durch Null. Kurve (1) wurde mit einem Gitter aus starker Kupfervitriollösung aufgenommen, Kurve (2) mit Drahtgitter Nr. 22, Kurve 3 mit Drahtgitter Nr. 7a.



Die horizontale gestrichelte Linie gibt den Restausschlag für Kurve (1) an. Er war für (2) und (3) etwas kleiner.

Fig. 10.

Auf der x -Achse sind die Ablesungen α des mit dem Resonator sich drehenden Zeigers abgetragen. β ist die Differenz zwischen 45° und α für maximalen Ausschlag.

Die Welle ist also hinter einem Drahtgitter nicht mehr geradlinig polarisiert. Hinter allen untersuchten Lösungsgittern blieb sie geradlinig polarisiert. Allerdings war die Durchlässigkeit der Lösungsgitter eine ziemlich große (vgl. p. 385 unten). Vielleicht hätten wir bei stärkeren Lösungen oder engeren Gittern auch hier eine Abweichung von der geradlinigen Form finden können. Die Blechgitter gaben keine geradlinig polarisierte Welle.

Wir könnten diese Distortion der Welle in zweierlei Weise erklären. Entweder könnte eine *Phasenverschiebung* zwischen

den zwei Wellenkomponenten die Ursache sein, oder die Erklärung in der Tatsache liegen, daß die ursprüngliche Welle gedämpft ist. Denn eine gedämpfte Welle enthält alle Wellenlängen.¹⁾ Diese Wellen werden im Durchgang durch das Gitter verschieden gedreht. Jede Elementarwelle könnte geradlinig bleiben, aber die Kurve von Fig. 10 würde doch nirgends durch Null gehen. Welche von diesen Erklärungen zutrifft, werden wir in § 5 besprechen.

Messung von β selbst. Um den Winkel β zu messen, ist es nicht nötig die ganze Kurve zu bestimmen. Es genügt, wenn wir die Punkte *abcdef* haben, da die Erfahrung zeigt, daß die Kurven symmetrisch sind. Dann brauchen wir nur zwei oder drei Abszissen zu halbieren. Das Aufnehmen der Punkte in dieser Aufeinanderfolge verkleinert auch solche Fehler, die von einer langsamen Veränderung der Wellenintensität herrühren. Um Fehler, die von einer Asymmetrie des Apparates herrühren könnten, möglichst unschädlich zu machen,

wurden die Messungen nach folgendem Schema gemacht.

Oszillator	Gitterneigung
Horizontal	45°
"	135
Vertikal	45
"	135

Anfangs wurde Maximum und Minimum gemessen. Später wurden *abcdef* aber gerade in der Mitte gewählt und dann kann die Messung entweder als Bestimmung des Maximums oder des Minimums aufgefaßt werden. Wir geben wieder ein Beispiel.

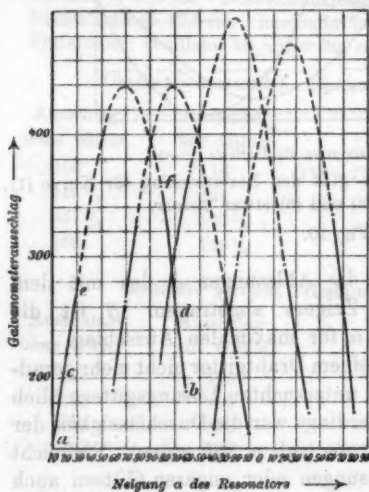


Fig. 11. $\pm \beta = \alpha_{\text{MAX}} - 45^\circ$.

1) Vgl. z. B. A. Garbasso, *Atti di Torino* 30. 1894, sulla luce bianca oder E. v. Lommel, *Wied. Ann.* 25. p. 650. 1885.

Gitter Nr. 24. 15. Mai 1906.

Abstand = 22,5 cm. Breite der Blechstreifen 7,5 cm.

Oszillatorlänge 37,5 cm. Resonatorlänge 33 cm.

Entfernung: Oszillator bis Gitter 300 cm, Gitter bis Resonator 300 cm.

Oszillator horizontal.	Streifen um	45°	$\beta = 24^\circ$
"	"	"	24
"	"	135	24
Oszillator vertikal.	"	45	23
"	"	135	21

Die Kurven für dieses Beispiel sind in Fig. 11 gezeichnet.

Reflexionsmessungen. Die reflektierten Bruchteile wurden in folgender Weise gemessen, oder vielmehr geschätzt, denn hier waren Störungen vorhanden, die bei Durchlässigkeitsmessungen vermieden werden konnten. Ein sehr enges Gitter (Nr. 20, aus Kupferdraht, Drahtdurchmesser = 0,065 cm, Abstand = 0,085 cm) wurde als vollkommener Reflektor angenommen. Messungen wurden gemacht in der in Fig. 2 skizzierten Anordnung, abwechselnd mit Nr. 20 und mit dem zu untersuchenden Gitter. (Noch besser wie Nr. 20 würde ein 140×140 cm Blechschirm sein.) Wenn aber überhaupt kein Gitter in situ war, war doch ein Ausschlag im Galvanometer zu beobachten, etwa 6—8 Proz. des mit Nr. 20 gemessenen Ausschlages, und zwar *nicht* unabhängig von der Neigung. Die störende Welle war also polarisiert. Einen Teil der Störung wird wohl der diffuse Rest herbeiführen, aber etwas wird übrig bleiben. Die Welle, die diesen Ausschlag erzeugt, wird nun mit der direkt reflektierten Welle interferieren, und zwar anders mit verschiedenen Gittern; denn die Phase der reflektierten Welle hängt von der Beschaffenheit des Gitters ab. Diese Störung wurde überhaupt vernachlässigt. Die Reflexionsversuche sind also, wie gesagt, mehr als Schätzungen anzusehen.

§ 4.

Wir wollen in diesem Paragraphen die Resultate in Form von Tafeln und Kurven geben. Die gestrichelten Kurven sind nach der Abhandlung von Lamb berechnet, mit der Annahme λ gleich der doppelten Oszillatorlänge. Erst in § 5 wollen wir die Resultate besprechen und daraus Schlüsse ziehen.

Gitter aus CuSO_4 -Lösung. Innerer Durchmesser 0,6 cm. Abstand 3,65 cm.
Oszillator 37,5 cm. Resonator 33 cm.

Nr.	Leitfähigkeit	B	β	Reflektiert
11 a	0,029	0,40	33°	0,15
11 b	0,024	0,47	35	0,15
11 c	0,020	0,55	37	0,13
11 d	0,0087	0,74	41	0,12
11 e	(Wasser) < 0,00004	0,95	44	0,12
Gerüst allein				0,06

Drahtgitter.

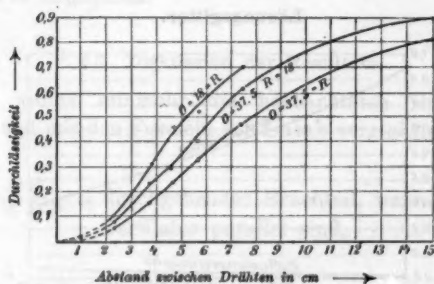


Fig. 12. Durchlässigkeit für verschiedene Oszillatorlängen (O) und Resonatorlängen (R).

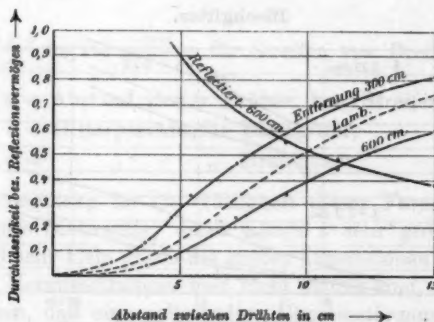
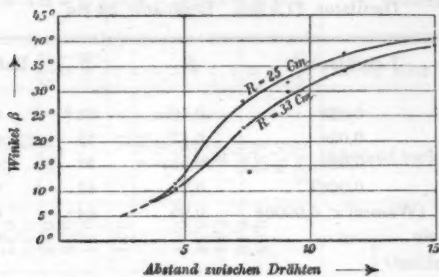


Fig. 13. Veränderung der Durchlässigkeit mit der Entfernung.
Bemerkung: Reflexionsvermögen + Durchlässigkeit = 1. Vgl. Fig. 15.

Drahtgitter.

Fig. 14. Entfernung 600 cm. $O = 37,5$ cm.

Lösungsgitter.

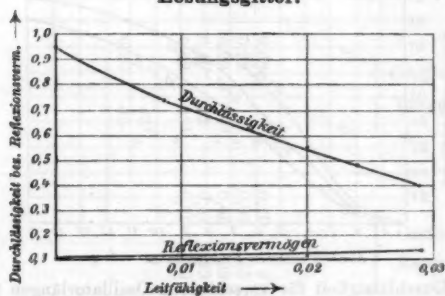
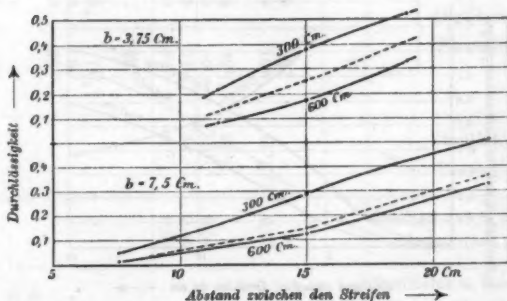


Fig. 15. Reflexionsvermögen + Durchlässigkeit < 1. Vgl. Fig. 13.

Blechgitter.

Fig. 16. Veränderung der Durchlässigkeit mit dem Abstand zwischen den Streifen. b = Streifenbreite.

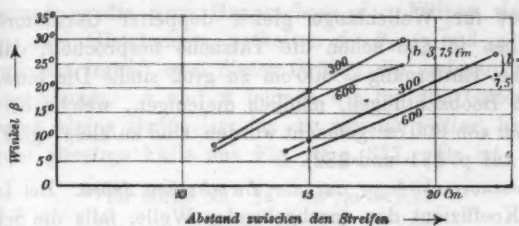


Fig. 17. Beziehung zwischen dem Winkel β und dem Abstand der Streifen.

Die Entfernung zwischen Oszillator und Resonator ist bei jeder Kurve angegeben.

§ 5. Diskussion der Resultate.

Wir wollen nunmehr die beobachteten Resultate besprechen und mit den Formeln von Lamb vergleichen. Letztere lauten:

$$B = \frac{k^3 e^2}{1 + k^2 e^2} = \text{durchgehender Bruchteil, wenn Drähte und Oszillator parallel sind,}$$

wo

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \lambda = \text{Wellenlänge,}$$

$$c = \frac{a}{\pi} \log \frac{a}{2\pi b}, \quad \text{wenn } b/a \text{ klein, } 2b = \text{ Drahtdurchmesser,}$$

oder

$$c = \frac{a+b}{\pi} \log \sec \frac{\pi a}{2(a+b)} \quad \text{für Streifen von Breite } b,$$

a = Abstand zweier Drähte, bez. Streifen,

$a + b$ = Gitterperiode für Blechgitter,

a = „ „ Drahtgitter.

Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Formel ist: eine ungedämpfte Sinuswelle, deren Länge λ sehr groß ist gegen $a + b$ und sehr klein gegen die großen Dimensionen des Gitters. Da diese Voraussetzungen hier nicht erfüllt sind, ist es nicht zu erwarten, daß eine vollständige Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie stattfindet. In den Kurven von § 4 bedeuten die gestrichelten Kurven die Lambschen Werte,

berechnet für Wellenlänge gleich doppelter Oszillatorlänge. Wir haben in § 3 schon die Tatsache besprochen, daß die Werte bei Entfernung = 300 cm zu groß sind. Die einwandfreiesten Beobachtungen, nämlich diejenigen, welche bei Entfernungen von 600 cm gemacht wurden, sind zu klein (vgl. Fig. 13 und 16 auf p. 381 und 382).

Phasenverschiebung aus der Lambschen Arbeit. Bei Lamb ist der Koeffizient der durchgehenden Welle, falls die Schwingungsrichtung parallel den Drähten liegt,

$$\frac{ikc}{1 + ikc}.$$

Dies läßt sich in die Form $u + iv$ bringen und dann ist die Phasenverschiebung, welche die Welle erleidet

$$\varphi = \arctg \frac{v}{u} = \arctg \frac{1}{kc}.$$

In unseren Gittern ging in allen Fällen die Welle, deren Schwingungsrichtung senkrecht zu den Drähten ist, ungeschwächt hindurch (abgesehen von Gittern Nr. 3 und 25, die absichtlich dafür gebaut wurden). Dann gibt obige Formel die Phasenverschiebung zwischen den Wellenkomponenten für eine beliebige Schwingungsrichtung. φ variiert zwischen 0° für kleine Wellen oder weite Gitter, und 90° für lange Wellen oder enge Gitter, und kann aus den Gitterdimensionen berechnet werden, sobald die Wellenlänge bekannt ist.

Andererseits, ohne Hilfe der Lambschen Formeln, aber wieder mit der Annahme einer ungedämpften Schwingung, können wir folgende Formeln leicht ableiten. Es seien hinter dem Gitter die zwei Wellenkomponenten

$a \sin \mu t$ senkrecht zu den Drähten,

$b \sin (\mu t + \varphi)$ parallel „ „ „ .

Dann ist

$$\frac{b^2}{a^2} = B,$$

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2 \cos \varphi \sqrt{B}}{1 - B},$$

$$\frac{n^2}{m^2} = \frac{\sin^2 \beta + B \cos^2 \beta - \sqrt{B} \sin 2\beta \cos \varphi}{\cos^2 \beta + B \sin^2 \beta + \sqrt{B} \sin 2\beta \cos \varphi},$$

wo n und m die zwei Hauptachsen der Ellipse sind. Die letzten zwei Gleichungen enthalten β , B , φ und n^2/m^2 , so daß wir aus irgend zwei dieser Größen die anderen zwei berechnen können. β und B kennen wir für alle Gitter, n^2/m^2 (was eine kleine Größe ist, für die meisten Gitter) haben wir für zwei günstige Fälle aus Fig. 10 p. 377. Da ist

für Gitter Nr.	7a	$n^2/m^2 = 0,13$
"	"	"
"	22	$= 0,083$

Die nachstehende Tafel p. 386 enthält unter I die Beobachtungen, unter II die aus denselben berechneten Phasenverschiebungen und Durchlässigkeiten, wenn eine einzige Welle angenommen wird. Unter III stehen die nach Lamb für eine Wellenlänge gleich doppelter Oszillatorlänge ausgerechneten Werte. Wäre unsere Welle tatsächlich ungedämpft, so müßten alle Werte miteinander und mit dem Lambschen Werte übereinstimmen.

Für die Lösungsgitter ergibt sich für φ der Wert 0° . Die Zahlen sind:

Leitfähigkeit	B	$\text{tg}^2 \beta$	
0,029	0,40	0,42	
0,024	0,47	0,49	also annähernd
0,020	0,55	0,57	$\text{tg}^2 \beta = B$
0,0087	0,74	0,75	
< 0,00004	0,95	0,92	

Drahtgitter mit $B \cong 0,40$ geben aber nach unseren Messungen auch $\varphi = 0^\circ$.

Wir sehen also, daß die Übereinstimmung *nicht* eine quantitative ist, woraus wir schließen, daß die Dämpfung der Welle nicht vernachlässigt werden darf. Wie diese Dämpfung zu dieser Störung Anlaß gibt, ist schon angedeutet worden. Wir können die gedämpfte Welle ja als Spektrum auffassen (natürlich mit einer ganz bestimmten, von der Dämpfung abhängigen Energieverteilung).¹⁾ Die kleineren Elementarwellen dieses Spektrums gehen besser durch, werden also weniger

1) Vgl. Cl. Schaefer u. M. Laugwitz, Ann. d. Phys. 20. p. 357. 1906.

Nr.	Breite Durch- messer	Abstand	I Gemessen			II Berechnet aus Beobachtungen				III Berechnet nach Lam b aus den Dimensionen der Gitter mit der Annahme $\lambda = 75 \text{ cm}$	
			B	β	$\frac{n^2}{m^2}$	B aus β und $\frac{n^2}{m^2}$	φ aus β und $\frac{n^2}{m^2}$	φ aus B und β	φ aus B und $\frac{n^2}{m^2}$	B	φ
9a	0,065	9,75	0,05	8°				52°		0,08	74°
22	"	4,6	0,08	10 1/2°	0,085	0,11	60 1/2°	51	90°	0,13	69
7a	"	7,5	0,25	23 1/2°	0,13	0,30	49 1/2°	39	53	0,34	54
21	"	9,2	0,38	30				0		0,47	47
19	"	11,4	0,45	34				0		0,60	39
18	"	15	0,60	39				cos $\varphi = 1,2$		0,75	30
26	8,75	11,25	0,095	7 1/8°				67°		0,13	69
27	"	15	0,18	18				45		0,26	60
28	"	18,75	0,33	25				45		0,40	51
23	7,5	15	0,13	7 1/8°				70		0,15	67
24	"	22,5	0,34	23				54		0,37	52

Wo $\varphi = 0$ ist, ist $\text{tg}^2 \beta = B$
 In anderen Fällen ist $\text{tg}^2 \beta < B$

gedreht, während die längeren stärker gedreht werden. Dies kann durch einen Versuch konstatiert werden, indem man Messungen mit verschiedenen Resonatorlängen ausführt. Solche sind in der Tafel gegeben. In der Tat wird die Durchlässigkeit bez. der Winkel β größer für einen kürzeren Resonator (doch wählt ein Resonator nicht *eine* bestimmte Wellenlänge aus dem Spektrum, sonst wäre in der Tafel p. 386 trotz der Dämpfung des Senders Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Werten; vgl. p. 388). Diese Messungen waren leichter auszuführen bei der kleineren Entfernung; denn bei der großen Entfernung muß der ausgepumpte Resonator *C* gebraucht werden, und dann sind schon 14 cm der Resonatorlänge innerhalb des Gefäßes und in der Fortpflanzungsrichtung, so daß Messungen mit sehr verschiedenen Längen nicht gut ausführbar sind. Deshalb sind die 600 cm Messungen in dieser Beziehung nicht so gut, geben aber ein ähnliches Resultat.

Rotationsdispersion. Besonders interessant ist die Abhängigkeit des Winkels β von der Resonatorlänge (Fig. 18). Denn

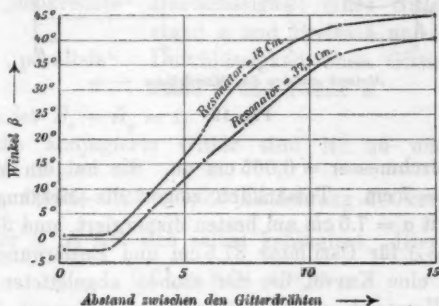


Fig. 18. Drahtgitter. Entfernung 800 cm. $O = 37,5$.

diese beweist, daß eine wirkliche räumliche Trennung der Wellen des Spektrums hinter dem Gitter stattfindet, eine Analogie mit der Rotationsdispersion der Optik.

Das Dispersionsvermögen eines Gitters, dessen Drähte um 45° gegen die Polarisationsrichtung geneigt sind, ist proportional

$$\frac{\partial \beta}{\partial \lambda_0}$$

für Wellen in der Nähe von λ_0 . Hierin ist

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2\sqrt{B} \cos \varphi}{1 - B}$$

und nach Lamb

$$\cos \varphi = \sqrt{B}.$$

Daraus folgt

$$\frac{\partial \beta}{\partial \lambda_0} = \frac{-16 \lambda_0 \pi^2 c^2}{(\lambda_0^2 + 4\pi^2 c^2)^2 - 8\pi^2 c^2 (\lambda_0^2 + 4\pi^2 c^2) + 80\pi^4 c^4},$$

wo c die frühere Bedeutung hat (p. 383). Die gestrichelte Kurve in Fig. 19 gibt diese Funktion als Funktion von a für $\lambda_0^2 = 5000$

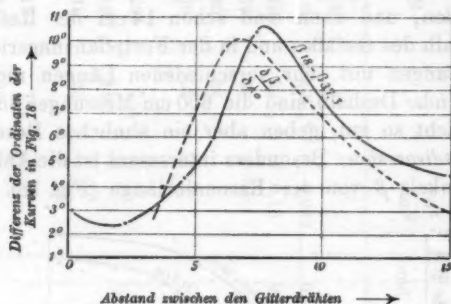


Fig. 19.

und Drahtdurchmesser = 0,065 cm an. Sie hat ein Maximum bei etwa $a = 7$ cm. Tatsächlich zeigen die Messungen, daß Gitter 7a mit $a = 7.5$ cm am besten dispergiert, und die Werte von $(\beta_{18} - \beta_{37,5})$ für Oszillator 37,5 cm und Entfernung 300 cm geben sogar eine Kurve, die der soeben abgeleiteten ähnlich ist. Dieser Vergleich zwischen Theorie und Versuch ist ziemlich unabhängig von der Dämpfung des Senders, denn $\partial \beta / \partial \lambda_0$ wird das Dispersionsvermögen bei λ_0 geben, welches auch die Energieverteilung im Spektrum sein mag. Wegen der Dämpfung des Resonators kann aber die Energieverteilung im Spektrum doch von Einfluß sein.

Messungen mit Oszillator- und Resonatorlänge = 18 cm ergaben noch größere Werte für die Bruchteile und Winkel als $\theta = 37,5$ und $R = 18$ cm. Das heißt, daß der 18 cm lange Resonator im letzten Fall gegen die überwiegende Amplitude

der längeren Elementarwellen wegen seiner Dämpfung nicht ganz unempfindlich ist.

Diese Versuche zeigen also, daß Dispersion stattfindet. Es fragt sich nun, ob die in der Tafel (p. 386) angegebenen Phasenverschiebungen vielleicht *ausschließlich* von der Dämpfung herrühren, also nur scheinbar sind. Um diese Frage zu untersuchen, betrachten wir den Fall, wo das Spektrum aus zwei Wellen besteht. Wir lernen dann, daß diese scheinbare Phasenverschiebung der „Lamb'schen“ sehr ähnlich ist, indem enge Gitter die größten Phasenverschiebungen geben. Wir müssen den Punkt deshalb quantitativ untersuchen.¹⁾

Wir finden dann, daß die Dämpfung allein wahrscheinlich nicht imstande ist, die großen φ zu erklären, und daß diese das Vorhandensein von wirklichen Phasenverschiebungen andeuten.

Konjugierte Gitter. Lamb hat auch Formeln gegeben für die Durchlässigkeit eines Gitters bezüglich der senkrechten Komponente. Es zeigt sich, daß wenn

B_s = „senkrechte“ Durchlässigkeit eines Gitters mit Abstand a und Breite b und

B_p = „parallele“ Durchlässigkeit eines Gitters mit Abstand b und Breite a

ist, dann ist $B_s + B_p = 1$.

Solche konjugierte Gitter sind Nr. 25 und 29. Bei diesen ist

$$0,75 + 0,27 = 1,02 \text{ (Entfernung 300 cm).}$$

Gitter 3 ist mit sich selbst konjugiert. Hier ist

$$0,91 + 0,04 = 0,95.$$

Reflexionsmessungen. Die Summe der reflektierten und durchgehenden Bruchteile muß gleich 1 sein, wenn keine Absorption stattfindet. Die Werte sind:

Gitternummer	Summe
22	1,03
21	0,89
19	0,94
18	0,96

1) Vgl. Dissertation p. 32.

Wie schon gesagt, sind die Reflexionsmessungen betreffs Genauigkeit nicht mit den Durchlässigkeitsmessungen zu vergleichen (vgl. p. 379). Die Lösungsgitter reflektieren praktisch gar nicht (vgl. Fig. 13 und 15 p. 381 und 382).

Schluß.

Die Ergebnisse der vorstehenden Arbeit können wir folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die Durchlässigkeit eines Gitters ist für ebene, gedämpfte Wellen etwas kleiner, als aus den Lambschen Formeln für ungedämpfte Wellen hervorgeht.
2. Für divergente Wellen steigt die Durchlässigkeit.
3. Die Durchlässigkeit einiger aus Lösungen bestehenden Gitter wurde als Funktion der Leitfähigkeit untersucht. Diese Gitter reflektierten wenig.
4. Die Elementarwellen einer gedämpften Welle werden durch ein Gitter, das um 45° gegen die Polarisationsrichtung geneigt ist, verschieden stark gedreht (Rotationsdispersion). Es läßt sich aus den Lambschen Formeln ein Ausdruck für das Dispersionsvermögen eines Gitters ableiten, der eine befriedigende Übereinstimmung mit den Beobachtungen zeigt.
5. Mit der Annahme, daß die Welle ungedämpft ist, können die Phasenverschiebungen zwischen den zwei Wellenkomponenten (parallel und senkrecht zu den Drähten) aus den Beobachtungen einerseits und den Lambschen Formeln andererseits berechnet werden. Es herrscht nur eine qualitative Übereinstimmung. Die vorhandene Dämpfung könnte zu einer scheinbaren Phasenverschiebung Anlaß geben, und zwar auch in demselben Sinne, wahrscheinlich aber nicht in derselben Größe wie die beobachtete.

Zum Schluß möchte ich Hrn. Professor Dr. Braun, welcher die Anregung zu dieser Arbeit gab, und mich während der Untersuchung wohlwollend unterstützte, sowie Hrn. Dr. Mandelstam für die vielfachen Ratschläge meinen verbindlichsten Dank aussprechen.

(Eingegangen 11. Dezember 1906.)

10. Über die Oberflächenspannungen wässriger
 Lösungen. II;
 von Géza Zemplén.

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich gezeigt, wie das Gesetz Eötvös' über die molekulare Oberflächenspannung der homogenen Flüssigkeiten auf wässrige Lösungen übertragbar ist, wenn man das Molekulargewicht der Lösung nach dem molekularen Mischungsverhältnis bildet, und darin den Assoziationsgrad des Wassers und, wo nötig, auch den Dissoziationsgrad des gelösten Stoffes berücksichtigt.

Ich habe die so aufgestellte Formel mit eigenen Experimenten geprüft, die sich auf wässrige Lösungen von Harnstoff, AgNO_3 und NaCl bezogen, und eine befriedigende Übereinstimmung gefunden. Nun liegt in den Untersuchungen von W. Grabowsky²⁾ und G. Pann³⁾ neues Material vor, das wieder einen Vergleich zwischen Theorie und Experiment gestattet.

Grabowsky untersuchte wässrige Chlorid-, Pann Sulfat-, Nitrat- und Karbonatlösungen. Ihre Experimente, die sie nach der verbesserten Volkmannschen Methode ausgeführt haben, sind insofern als zuverlässig zu betrachten, daß für eine stetige Erneuerung der Flüssigkeit Vorsorge getroffen wurde.

Beide Herren haben versucht, Eötvös' Gesetz auf die untersuchten Lösungen zu übertragen, indem sie aber für das Molekulargewicht des Wassers beständig die Zahl 18 gebrauchten und die Lösung als einfaches Gemisch der Kom-

1) Géza Zemplén, Ann. d. Phys. 20. p. 783. 1906.

2) W. Grabowsky, Beiträge zur Feststellung der wahren Oberflächenspannung wässriger Chloridlösungen. Dissert. Königsberg 1904. Vgl. auch Beibl. 29. p. 1151. 1905.

3) G. Pann, Beiträge zur Feststellung der wahren Oberflächenspannung wässriger Sulfat-, Nitrat- und Karbonatlösungen. Dissert. Königsberg 1906. Vgl. auch Beibl. 30. p. 1004. 1906,

ponenten betrachteten, war auch nicht zu erwarten, daß die so berechneten Temperaturkoeffizienten mit der universellen Konstanten 2,1 (C.G.S.) übereinstimmen werden. In der Tat erhielten Grabowsky und Pann für diese Größe von 2,1 sehr stark abweichende Zahlen (0,89—0,99).

Ich habe versucht, aus den Ergebnissen von Grabowsky und Pann auf Grund der Formel

$$\frac{d\mathfrak{F}}{dT} = \frac{d}{dT} \left\{ f \left(\frac{\mu}{s} \right)^{1/2} \right\} = \gamma$$

den Temperaturkoeffizienten γ zu berechnen. \mathfrak{F} bedeutet die molekulare Oberflächenspannung, T die absolute Temperatur, f die Oberflächenspannung, μ das Molekulargewicht und s die Dichte der Lösung.

In meiner Formel ist¹⁾

$$\mu = \frac{\mu_1 + c\mu_2}{1 + c(1 + \delta)},$$

wo μ_1 das Molekulargewicht des Lösungsmittels, μ_2 dasjenige des gelösten Stoffes, c die molekulare Konzentration der Lösung und δ ihren Dissoziationsgrad bedeutet.

Für wässrige Lösungen muß dabei für $\mu_1 = x \cdot 18$ gesetzt werden, wo x der Assoziationsgrad des Wassers für jede Temperatur aus der Formel

$$f \left(\frac{18x}{s} \right)^{1/2} = \gamma(T' - T)$$

berechnet wurde. T' bedeutet hier 638°, die kritische Temperatur des Wassers.

Folgende Tabellen enthalten die Resultate dieser Rechnungen, wo zum Vergleiche auch das Molekulargewicht und die molekulare Oberflächenspannung der Lösung (μ' und \mathfrak{F}') berechnet sind, die man erhält, wenn man von der Dissoziation der Lösung absieht, also einfach

$$\mu' = \frac{\mu_1 + c\mu_2}{1 + c}$$

setzt.

1) l. c. p. 786. Formel (4).

Tabelle 1.

$$T = 10^{\circ}. \mu_1(\text{H}_2\text{O}) = 31,762.$$

Name der Lösung	Konzentration in % Gew.	δ	s	c	$\frac{\mu = \mu_1 + c \cdot \mu_2}{1 + c}$	$\frac{\mu = \mu_1 + c \cdot \mu_2}{1 + c(1 + \theta)}$	f	δ'	δ''
MgCl ₂	7,96	0,586	1,0710	0,0289	33,540	21,835	77,018	765,174	574,778
	14,96	0,383	1,1818	0,0578	35,217	25,465	79,942	790,858	687,180
	21,46	0,255	1,1924	0,0909	37,082	29,507	83,346	823,475	707,774
(NH ₄)Cl	9,11	0,854	1,0288	0,0595	32,992	17,795	76,268	781,772	510,062
	18,47	0,799	1,0555	0,1344	34,837	19,087	78,980	804,885	544,062
	24,71	0,754	1,0782	0,1949	35,808	20,129	81,089	882,541	572,440
CaCl ₂	12,34	0,487	1,1097	0,0402	34,824	23,420	78,588	781,872	600,184
	22,57	0,333	1,2090	0,0834	37,861	28,408	83,866	833,226	687,978
NaCl	18,71	0,466	1,1420	0,1265	34,773	23,801	80,246	782,479	607,735
	26,24	0,365	1,2067	0,1931	36,089	26,439	83,915	808,526	656,945
KCl	9,47	0,375	1,0627	0,0446	33,587	17,903	75,929	759,002	498,958
	18,27	0,317	1,1248	0,0953	35,884	19,527	78,097	773,252	523,609
	23,32	0,791	1,1618	0,1296	36,665	20,472	79,588	794,623	538,922
SrCl ₂	8,49	0,583	1,0808	0,0186	34,076	21,526	76,096	759,461	559,131
	16,02	0,485	1,1597	0,0382	36,426	24,529	77,813	762,316	595,129
	22,75	0,380	1,2356	0,0590	38,823	28,133	78,912	785,743	633,916
BaCl ₂	10,23	0,579	1,0984	0,0174	34,374	22,086	75,694	758,984	558,432
	18,32	0,495	1,1894	0,0342	37,690	25,145	77,018	771,258	588,849
MgSO ₄	10,63	0,197	1,1130	0,0186	33,381	27,886	76,126	784,121	651,875
	18,83	0,118	1,2101	0,0611	36,867	32,976	78,382	764,922	709,812
CaSO ₄	6,43	0,240	1,0710	0,0137	33,490	27,008	74,801	742,437	643,244
ZnSO ₄	16,17	0,168	1,1823	0,0379	36,497	31,247	76,510	743,056	678,848
	27,63	0,093	1,3477	0,0751	40,822	37,352	79,637	773,833	729,333
K ₂ SO ₄	4,14	0,584	1,0348	0,0079	32,879	20,757	74,860	751,070	552,826
	8,04	0,540	1,0670	0,0159	33,994	22,074	75,370	757,393	567,988
NaNO ₃	20,24	0,362	1,1511	0,0947	36,366	26,700	77,528	774,817	630,566
	35,57	0,297	1,2796	0,2061	40,375	31,521	80,756	812,971	683,680
K ₂ CO ₃	39,41	0,205	1,4132	0,1447	45,229	37,534	92,155	928,277	814,070

Tabelle II.

 $T = 30^\circ$ $\mu_1(\text{H}_2\text{O}) = 29,982$.

Name der Lösung	Konzentration in % Gew.	δ	s	c	$\frac{\mu' + c\mu_1}{1 + c}$	$\frac{\mu + c\mu_2}{1 + c(1 + b)}$	f	δ'	δ''
MgCl ₂	7,96	0,536	1,0681	0,0273	31,710	20,613	74,144	713,006	535,535
	14,96	0,833	1,1261	0,0555	33,400	24,099	77,028	738,121	593,732
	21,46	0,255	1,1854	0,0859	35,125	27,859	80,246	768,896	658,410
(NH ₄)Cl	9,11	0,854	1,0220	0,0562	31,234	16,794	73,232	715,836	473,335
	18,47	0,799	1,0487	0,1269	32,630	18,018	76,243	753,083	507,656
	24,71	0,754	1,0657	0,1840	33,637	19,002	78,088	780,895	532,958
CaCl ₂	12,34	0,487	1,1017	0,0380	32,948	22,112	75,674	729,096	558,451
	22,57	0,333	1,1996	0,0787	35,893	26,809	80,354	774,195	637,537
NaCl	18,71	0,466	1,1327	0,1194	33,024	22,526	77,519	739,973	569,005
	26,24	0,365	1,1945	0,1823	34,379	24,958	80,893	761,187	613,622
KCl	9,47	0,876	1,0566	0,0421	31,780	16,899	72,996	705,988	463,561
	18,27	0,817	1,1150	0,0899	33,655	18,430	75,096	727,768	487,028
	23,32	0,791	1,1535	0,1224	34,837	19,327	76,714	743,949	502,277
SrCl ₂	8,49	0,583	1,0748	0,0176	32,205	20,325	72,986	704,110	518,047
	16,02	0,485	1,1516	0,0369	34,556	23,241	74,831	722,608	554,887
	22,75	0,380	1,2253	0,0557	36,753	26,550	76,037	737,779	590,891
BaCl ₂	10,23	0,579	1,0911	0,0164	32,854	20,786	72,614	702,809	517,956
	18,32	0,495	1,1804	0,0323	35,569	23,757	74,163	718,318	548,917
MgSO ₄	10,63	0,197	1,1067	0,0175	31,537	26,318	72,986	681,018	603,507
	18,83	0,118	1,2038	0,0577	34,915	31,130	75,488	712,554	660,128
CuSO ₄	6,43	0,240	1,0649	0,0129	31,634	25,491	71,819	688,859	596,529
ZnSO ₄	16,17	0,168	1,1744	0,0358	34,526	29,499	73,349	697,725	629,107
	27,63	0,093	1,3391	0,0709	38,686	35,259	76,587	721,082	677,833
K ₂ SO ₄	4,14	0,584	1,0306	0,0074	31,040	19,587	71,837	696,575	511,515
	8,04	0,540	1,0610	0,0150	32,115	20,835	72,260	701,825	525,966
NaNO ₃	20,24	0,862	1,1398	0,0894	34,504	25,210	74,742	726,201	589,109
	35,57	0,297	1,2669	0,1945	38,955	29,746	78,362	769,123	642,529
K ₂ CO ₃	39,41	0,205	1,4007	0,1409	43,859	35,862	89,320	880,579	789,983

Aus diesen Tabellen ergeben sich folgende Werte für den Temperaturkoeffizienten γ und γ' mit bez. ohne Berücksichtigung der Dissoziation des gelösten Stoffes.

Tabelle III.

Name der Lösung	Konzentration in % Gew.	γ'	γ	Name der Lösung	Konzentration in % Gew.	γ'	γ
MgCl ₂	7,96	2,61	1,96	BaCl ₂	10,23	2,31	2,01
	14,96	2,64	2,17		18,32	2,65	2,00
	21,46	2,65	2,45	MgSO ₄	10,63	2,66	2,42
(NH ₄)Cl	9,11	3,29	1,83		18,83	2,62	2,48
	18,47	2,59	1,82	CuSO ₄	6,43	2,68	2,34
	24,71	2,58	1,97		ZnSO ₄	16,17	2,27
CaCl ₂	12,34	2,59	2,09	27,63		2,64	2,57
	22,57	2,95	2,52	K ₂ SO ₄	4,14	2,72	2,06
NaCl	18,71	2,13	1,94		8,04	2,78	2,10
	26,24	2,37	2,17	NaNO ₃	20,24	2,43	2,07
KCl	9,47	2,70	1,77		35,57	2,20	2,06
	18,27	2,52	1,83	K ₂ CO ₃	39,41	2,38	2,20
	23,32	2,53	1,83		SrCl ₂	8,49	2,77
SrCl ₂	16,02	2,01	2,01	22,75		2,40	2,15
	22,75	2,40	2,15				

Der Mittelwert aller γ ergibt 2,09 (Maximalfehler 0,48), derjenige aller γ' 2,54 (Maximalfehler 0,74).

Die Berücksichtigung der Dissoziation bewirkte ganz entschieden eine bessere Übereinstimmung der Temperaturkoeffizienten sowohl untereinander, als mit der universellen 2,1, obwohl bei den relativ konzentrierten Lösungen der Einfluß der Dissoziation des gelösten Stoffes nicht bedeutend sein kann.

Die noch immer beträchtlichen Abweichungen finden ihre Erklärung einerseits in dem geringen Temperaturintervall, auf welchem die Messungen von Grabowsky und Pann sich erstrecken, andererseits in den bisher unvermeidlichen experimentellen Schwierigkeiten, denen die Messung der Kapillarkonstanten wässriger Lösungen unterworfen ist.

Allerdings scheinen die Messungen von Grabowsky und Pann die Richtigkeit meiner früheren Behauptung zu beweisen, laut welcher das Eötvös' Gesetz in der früher besprochenen Form auf die wässerigen Lösungen mit ebensolcher Genauigkeit anwendbar ist, als auf homogene Flüssigkeiten.

Das Resultat kann auch so ausgesprochen werden, daß bei dem Vorgange der Lösung der Assoziationsgrad des Wassers unverändert bleibt.

Selmeczánya (Ungarn), Hochschule f. Forstwissenschaft.

(Eingegangen 24. Dezember 1906.)

Temp. (°C)	σ (dyne/cm)	σ ₀ (dyne/cm)	σ ₁ (dyne/cm)	σ ₂ (dyne/cm)	σ ₃ (dyne/cm)	σ ₄ (dyne/cm)	σ ₅ (dyne/cm)
10.0	72.5	72.5	72.5	72.5	72.5	72.5	72.5
15.0	71.5	71.5	71.5	71.5	71.5	71.5	71.5
20.0	70.5	70.5	70.5	70.5	70.5	70.5	70.5
25.0	69.5	69.5	69.5	69.5	69.5	69.5	69.5
30.0	68.5	68.5	68.5	68.5	68.5	68.5	68.5
35.0	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5
40.0	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5
45.0	65.5	65.5	65.5	65.5	65.5	65.5	65.5
50.0	64.5	64.5	64.5	64.5	64.5	64.5	64.5
55.0	63.5	63.5	63.5	63.5	63.5	63.5	63.5
60.0	62.5	62.5	62.5	62.5	62.5	62.5	62.5
65.0	61.5	61.5	61.5	61.5	61.5	61.5	61.5
70.0	60.5	60.5	60.5	60.5	60.5	60.5	60.5
75.0	59.5	59.5	59.5	59.5	59.5	59.5	59.5
80.0	58.5	58.5	58.5	58.5	58.5	58.5	58.5
85.0	57.5	57.5	57.5	57.5	57.5	57.5	57.5
90.0	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5
95.0	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5
100.0	54.5	54.5	54.5	54.5	54.5	54.5	54.5

Die Messungen wurden mit Hilfe eines Jäger'schen Oberflächenspannungsmessers (Typus 100) durchgeführt. Die Temperatur wurde mit einem Quecksilberthermometer (Typus 100) gemessen. Die Lösungen wurden in einem 100 ccm Messkolben hergestellt. Die Messungen wurden bei verschiedenen Temperaturen durchgeführt, um den Verlauf der Oberflächenspannung zu untersuchen. Die Ergebnisse sind in der obigen Tabelle dargestellt. Wie man sieht, nimmt die Oberflächenspannung mit steigender Temperatur ab. Dies ist ein typisches Verhalten für wässrige Lösungen. Die Messungen bestätigen die Gültigkeit des Eötvös'schen Gesetzes für diese Systeme.

11. Bemerkungen

zu der Abhandlung des Hrn. Heinrich Schnell: Untersuchungen am Funkeninduktor mit Quecksilberunterbrecher¹⁾; von B. Walter.

In der Einleitung zu der in der Überschrift genannten Abhandlung sagt Hr. Schnell, daß es jetzt als feststehend angesehen werden könne, daß dem Kondensator des Funkeninduktors eine viel weitergehende Wirkung zukommt, als ihm früher zugeschrieben wurde, indem nämlich die elektrischen Schwingungen, die in dem von der Primärspule und dem Kondensator gebildeten Schwingungskreis nach der Unterbrechung des Primärstromes entstehen, die hohe Spannung in der Sekundärspule induzieren. Schon Colley sei bei seiner Arbeit über den Sekundärfunken²⁾ von dieser Vorstellung ausgegangen.

Zu diesem letzteren Satze habe ich nun zu bemerken, daß derselbe keineswegs der Wirklichkeit entspricht; denn Colley hat den Einfluß jener primären Stromschwingungen auf die Ausbildung der sekundären Spannung durchaus unterschätzt. Auf p. 118 seiner angeführten Abhandlung z. B. sagt er ausdrücklich, daß in den von ihm für die sekundäre Spannung abgeleiteten Ausdrücken diejenigen Glieder, welche lediglich Konstanten des sekundären Stromkreises enthalten, Wellen darstellen, die sich durch größere Amplitude (!) und längere Periode auszeichnen, und daß sich auf diese Wellen kleinere (!), kürzere Wellen superponieren, die durch die Einwirkung der elektrischen Schwingungen des primären Stromkreises auf den sekundären hervorgebracht sind.

Die Angabe des Hrn. Schnell, daß schon Colley diesen letzteren Schwingungen eine weitgehende Bedeutung für die Ausbildung der sekundären Spannung zugeschrieben habe, ist daher durchaus unzutreffend; und tatsächlich wurde denn auch

1) H. Schnell, Ann. d. Phys. 21. p. 1. 1906.

2) R. Colley, Wied. Ann. 44. p. 109. 1891.

diese Bedeutung, soviel ich weiß, zum ersten Male in meiner Abhandlung: Über die Vorgänge im Induktionsapparate¹⁾ theoretisch und experimentell klargelegt, eine Abhandlung, die freilich von Hrn. Schnell überhaupt nicht erwähnt wird, trotzdem sie fast sämtlichen, seither auf diesem Gebiete erschienenen Arbeiten — und besonders auch den von Hrn. Schnell so oft angeführten Klingelfuss'schen — zum Ausgangspunkte der Untersuchungen gedient hat. Ist doch in derselben u. a. auch schon die sekundäre Spannung direkt aus den Konstanten des primären Schwingungskreises zahlenmäßig berechnet — und zwar nach einem Verfahren, das im Grunde genommen auf dasselbe hinausläuft wie das von Hrn. Klingelfuss angewandte, so daß denn auch die von uns gefundenen Zahlenwerte nahezu dieselben sind.²⁾

Eine zweite Bemerkung, welche in jener kurzen, historischen Einleitung des Hrn. Schnell zur Richtigstellung herausfordert, ist die, daß Hr. Zenneck³⁾ die in Rede stehenden Schwingungen mit Hilfe der Braunschens Röhre objektiv dargestellt hat. Diese Bemerkung selbst ist allerdings richtig; eine genauere, historische Darstellung der Entwicklung dieses Wissensgebietes würde aber erwähnen müssen, daß die erwähnte Röhre zur Beobachtung jener Schwingungen gleichfalls zuerst von mir a. a. O. benutzt worden ist, daß meine Beobachtungsweise allerdings nur eine subjektive war, daß aber auch die erste objektive Darstellung jener Schwingungen mit Hilfe dieser Röhre nicht von Hrn. Zenneck, sondern von den Herren Wehnelt und Donath herrührt.⁴⁾

Hamburg, Physikalisches Staatslaboratorium, Dez. 1906.

1) B. Walter, Wied. Ann. 62. p. 300. 1897.

2) Vgl. Fr. Klingelfuss, Ann. d. Phys. 5. p. 837. 1901.

3) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 13. p. 819. 1804.

4) A. Wehnelt u. B. Donath, Wied. Ann. 69. p. 861. 1899.

(Eingegangen 12. Dezember 1906.)

12. Bemerkungen zu der Arbeit:

„Über den Zerfall von Radium *A*, *B* und *C*,
II. Mitteilung“, von Hrn. H. W. Schmidt¹⁾;
von P. Gruner.

In der kürzlich erschienenen, obgenannten Arbeit, die außerordentlich wertvolle Beiträge zur Kenntnis der Radiumstrahlungen liefert, sind meine theoretischen Arbeiten auch kurz erwähnt: Anm. 1 auf p. 626. Da sich aus jenen Zitationen gewisse Mißverständnisse ergeben könnten, sei folgendes bemerkt:

1. Die Integrationen, die in meiner ersten Arbeit behandelt sind, sind nicht Wiederholungen derjenigen von Curie und Danne, sondern sind von einem wesentlich allgemeineren Standpunkt aus berechnet, ohne die „üblichen Voraussetzungen der Zerfallstheorie“, für den Fall von vier aufeinanderfolgenden Zerfallsstufen und bei ganz allgemeinen Anfangszuständen. Der experimentell mögliche Fall, daß Rad. *B* und Rad. *C* sich direkt an den induzierten Körper anlagern, ist z. B. in diesen allgemeineren Formeln enthalten.

2. Die Berechnungen meiner zweiten Arbeit sind nicht unter Benutzung „unsicherer“ Abklingungskonstanten ausgeführt, sondern es sind für Rad. *B* und Rad. *C* die früher *durchweg* als sicher angenommenen Werte angewendet. Die neueste Arbeit von v. Lerch, die wohl ausschlaggebend zugunsten der neuen Bronsonschen Werte wirkte, war zur Zeit meiner Ausrechnungen mir noch nicht zugänglich. Betreffend der Konstanten für Rad. *A* scheinen auch jetzt noch keine ganz sicheren Werte vorzuliegen.

3. Was die Voraussetzung, daß Rad. *B* keine raschen β -Strahlen aussende, anbetrifft, so muß diese freilich *jetzt* ganz aufgegeben werden, was aber eine wesentliche Modifikation der Rutherford'schen Gedankengänge mit sich bringt. Meine

1) H. W. Schmidt, Ann. d. Phys. 21. p. 610. 1906.

Berechnungen sollten gerade Zahlen liefern, deren Vergleich mit Beobachtungen die Richtigkeit jener Voraussetzung zu prüfen gestattet.

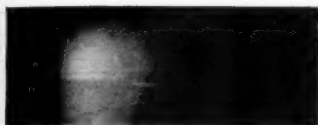
4. Endlich sei noch auf meine letzte, allerdings nur in ihren Hauptresultaten publizierte Arbeit hingewiesen: Archives des sciences phys. de Genève (4), 22. September 1906, über die Konstanten der Radioaktivität. Es wurden dort die Zahlen von Duane und Bronson mit der Theorie verglichen und die Konstanten nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Meine theoretischen Resultate decken sich bis zu einem gewissen Grade mit den Beobachtungen von Hrn. Schmidt. Ja es wäre denkbar, daß die sehr wenig durchdringenden Strahlen des Rad. B ($\nu_1 = 890 \text{ cm}^{-1}$) eben auch nichts anderes als α -Strahlen seien. Wesentlich verfeinerte magnetische Ablenkungsversuche könnten wohl erst ausschlaggebend sein. Die indirekte Methode von Bronson zum Nachweis, daß Rad. B keine α -Strahlen aussende, bedarf jedenfalls noch genauer Bestätigung.

Bern, 13. Dezember 1906.

(Eingegangen 14. Dezember 1906.)

Anordnung I.

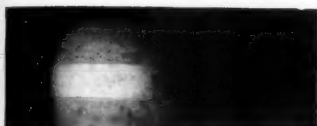
1 μ



2,5 μ



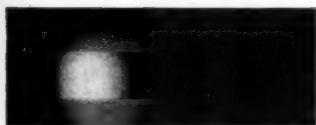
4,6 μ



13 μ



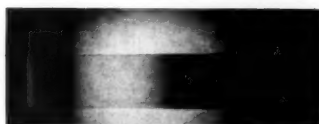
19,6 μ



34,7 μ



50 μ



Anordnung II.

$\delta = 5 \mu$



P. Dobler.

